

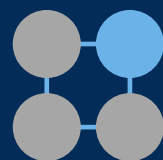


(Abitur-)Aufgaben mit GeoGebra bearbeiten

Fachdidaktische Einbettung und
Aufgabenentwicklung

Jan Lucas Fischer

26.09.2026 GeoGebra Tag für Studienseminare



Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

R

TU

P

Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau



Jan Lucas Fischer

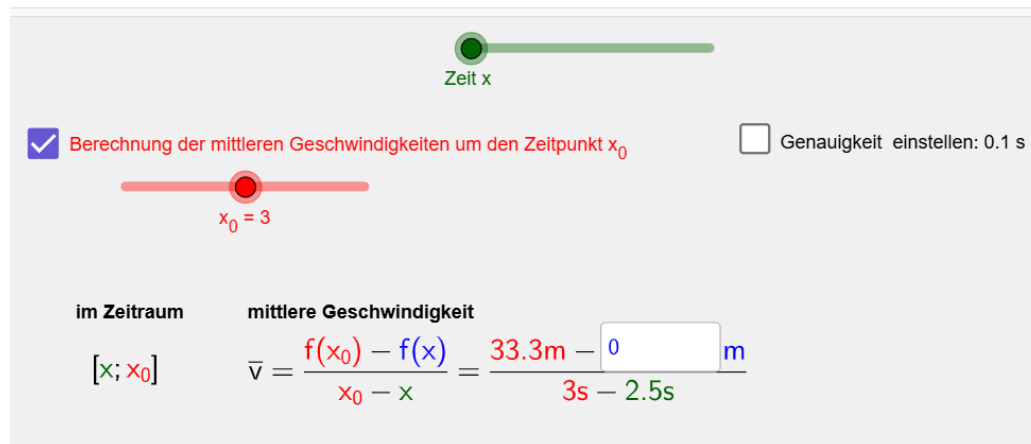
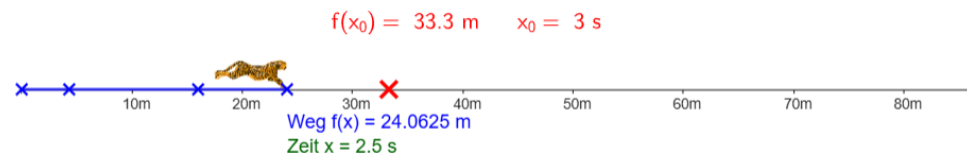
RPTU in Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)

Promotion zum Thema Schwierigkeiten von Schüler:innen beim Lösen von Abituraufgaben mit GeoGebra

Digitale Lernumgebungen

- Rahmen für das selbstständige Lernen von mathematischen Konzepten
- Applets auf Basis digitaler Werkzeuge



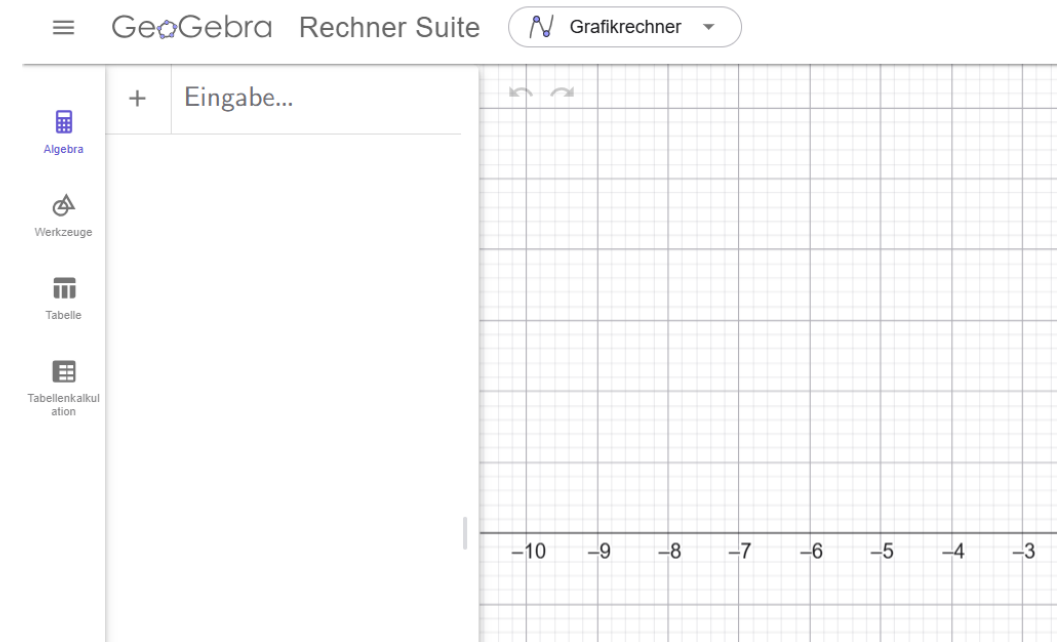
☒ Berechnung der mittleren Geschwindigkeiten um den Zeitpunkt x_0 ☐ Genauigkeit einstellen: 0.1 s

$x_0 = 3$

im Zeitraum	mittlere Geschwindigkeit
$[x; x_0]$	$\bar{v} = \frac{f(x_0) - f(x)}{x_0 - x} = \frac{33.3\text{m} - 0}{3\text{s} - 2.5\text{s}} \text{ m}$

Digitale Werkzeuge

- Ohne Vorstrukturierung/Vorgaben
- Lösen von Aufgaben: Ausgestaltung zu Spezialwerkzeug



Workshop Übersicht

1. Potenziale von digitalen Werkzeugen
2. Aufgaben-Beispiele
3. Arbeitsphase: Aufgaben mit GeoGebra finden
4. Kognitive Aktivitäten & GeoGebra in Prüfungen?

R

TU Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau

P

Workshop Übersicht

1. Potenziale von digitalen Werkzeugen
2. Aufgaben-Beispiele
3. Arbeitsphase: Aufgaben mit GeoGebra finden
4. Kognitive Aktivitäten & GeoGebra in Prüfungen?

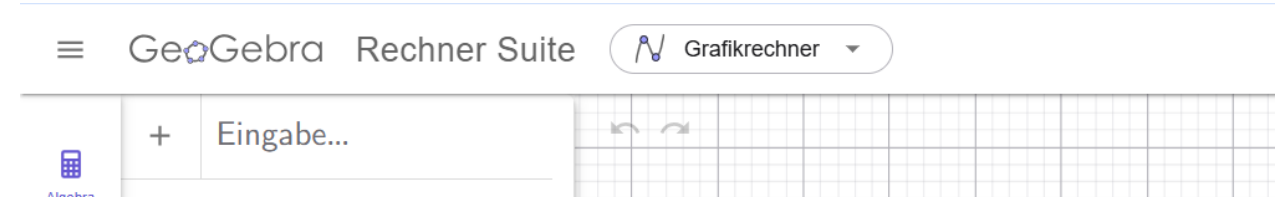
Ziel: Förderung von mathematischem Verständnis und kognitive Aktivierung

(Barzel & Klinger, 2022; Heintz et al., 2017)

Potenziale des Werkzeugeinsatzes

(Barzel & Klinger, 2022; KMK 2012)

- Unterstützung im Darstellungswechsel 
- Förderung entdeckendes Lernen (Einstieg und Vertiefung) 
- Unterstützung in Modellierung (realistische Kontexte & Daten) 
- Reduzierung von Kalkül und Fokussierung auf konzeptuelles Wissen 
- Nutzen zur Kontrolle von Ergebnissen 



Hürden beim Werkzeugeinsatz & deren Überwindung

(Barzel & Klinger, 2022)

- Kognitive Überlastung
 - Mit 1 Darstellung starten (z.B. Tabelle)
 - Mit einfachen Modellierungen starten
- „Substitute for thinking“
 - Hilfsmittel-freier Teil in Prüfung
 - Reflexion einfordern (vgl. KI-Nutzung)

Workshop Übersicht

1. Potenziale von digitalen Werkzeugen
2. Aufgaben-Beispiele
3. Arbeitsphase: Aufgaben mit GeoGebra finden
4. Kognitive Aktivitäten & GeoGebra in Prüfungen?

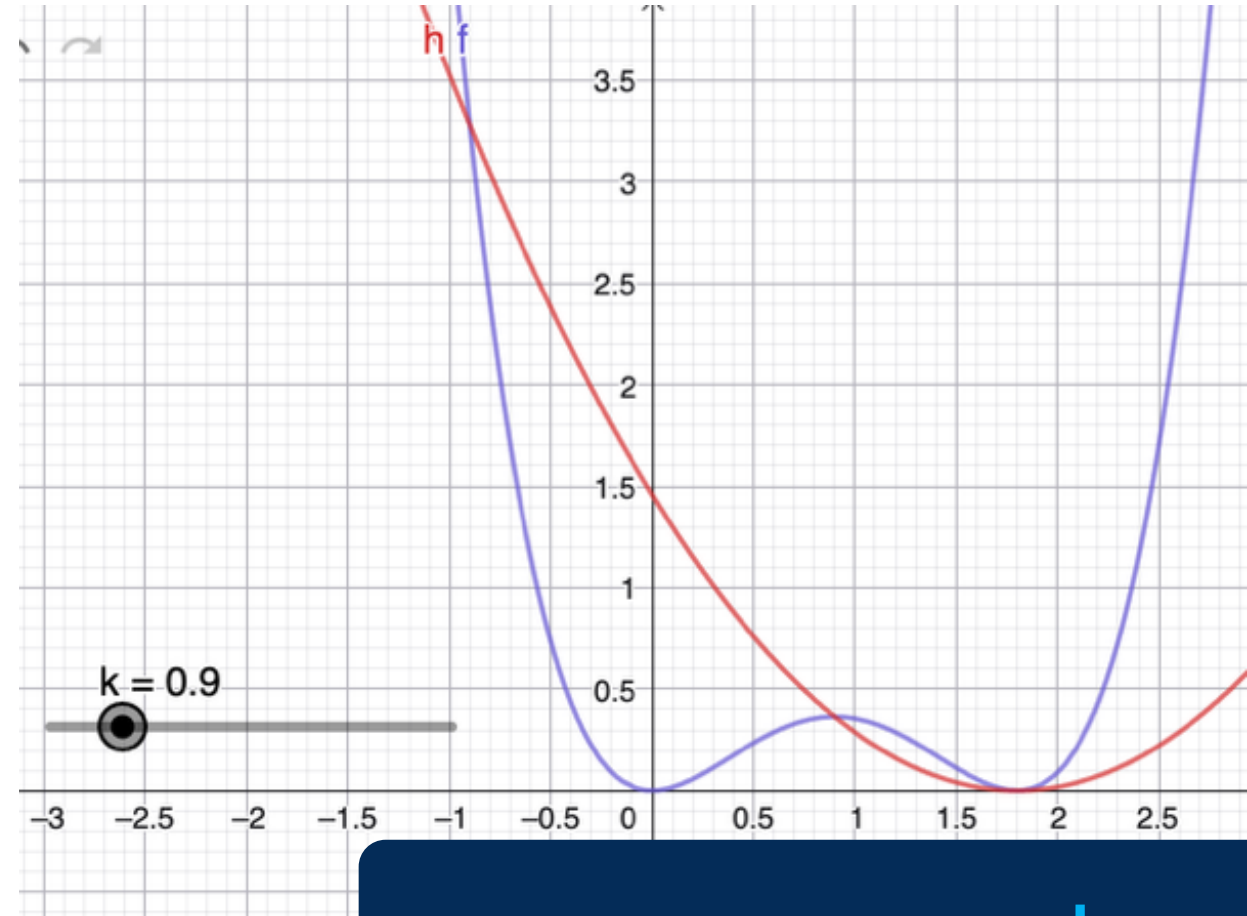
IQB 2025 Analysis MMS1 Aufgabe 1d

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_k mit

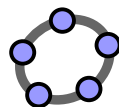
$$f_k(x) = \frac{1}{2k} \cdot x^2 \cdot (x - 2k)^2 \text{ und } k \in \mathbb{R}^+.$$

Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet. Für jeden Wert von k schließen G_k und der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion h_k mit $h_k(x) = \frac{k}{2} \cdot (x - 2k)^2$ eine Fläche ein, die sich aus zwei Flächenstücken zusammensetzt. Untersuchen Sie, ob die folgende Aussage richtig ist:

Für $k > 3$ ist der Inhalt der Fläche kleiner als k^5 .



Darstellungswechsel



IQB 2025 Analysis MMS1 Aufgabe 1d

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_k mit

$$f_k(x) = \frac{1}{2k} \cdot x^2 \cdot (x - 2k)^2 \text{ und } k \in \mathbb{R}^+.$$

Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet. Für jeden Wert von k schließen G_k und der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion h_k mit $h_k(x) = \frac{k}{2} \cdot (x - 2k)^2$ eine Fläche ein, die sich aus zwei Flächenstücken zusammensetzt. Untersuchen Sie, ob die folgende Aussage richtig ist:

Für $k > 3$ ist der Inhalt der Fläche kleiner als k^5 .

$$\text{Löse}(f_k(x) = h_k(x))$$

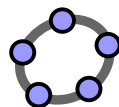
$$= \{x = k, x = -k, x = 2k\}$$

$$\int_{-k}^k h_k(x) - f_k(x) dx + \int_k^{2k} f_k(x) - h_k(x) dx$$

$$= \frac{29}{10} k^4$$

$$\text{Löse}\left(\frac{29}{10} k^4 < k^5\right)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Entlastung Kalkül} \end{array} \right.$$



Handytarif

Du willst wissen, ob du Geld bei deinem Handytarif sparen kannst.

- a) Um festzustellen wie viel Datenvolumen du brauchst, stelle den Datenverbrauch aus den letzten 12 Monaten mithilfe von GeoGebra dar.
- b) Diskutiere mit deinen Mitschülern, was du bei einem neuen Handytarif beachten solltest.
- c) Recherchiere passende Tarife und schreibe auf, wieso dieser Tarif am besten zu deinem Datenverbrauch passt.

Modellierung



Handytarif

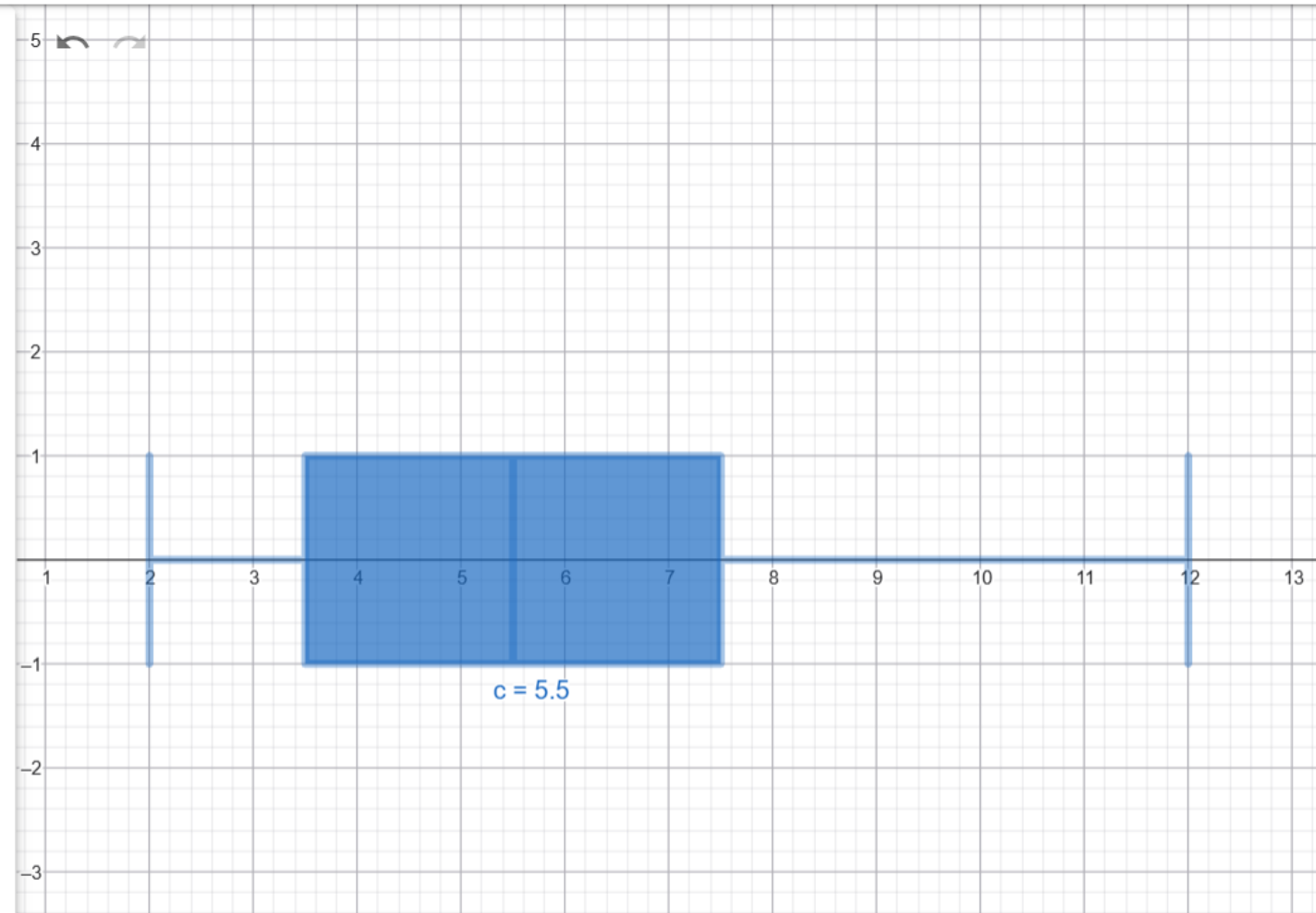
Du willst wissen, ob du Ge
Handytarif sparen kannst
wie viel Datenvolumen du
Tarife am besten zu dir pa

- Um festzustellen wie
du brauchst, stelle de
aus den letzten 12 Mo
GeoGebra dar.
- Diskutiere mit deinen
du bei einem neuen H
solltest.
- Recherchiere passen
schreibe auf, wieso di
besten zu deinem Da

GeoGebra Rechner Suite

Grafikrechner

	A	E
1	4	
2	6	
3	2	
4	8	
5	12	
6	5	
7	3	
8	7	
9	4	
10	2	
11	6	
12	10	
13		
14		

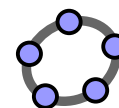


Bewegung Gepard

- a) Stelle die Bewegung des Gepards mit GeoGebra dar.
- b) Wie viel Weg hat der Gepard nach 1,5s zurückgelegt? Findet verschiedene Möglichkeiten dies zu bestimmen.
- c) Diskutiert, welche Funktion sich eignet, um die Bewegung zu beschreiben. Notiert eure Ergebnisse.
- d) Welche durchschnittliche Geschwindigkeit hat der Gepard in den ersten 1,5s?
- e) Welche Geschwindigkeit hat der Gepard nach 1s?

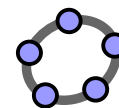
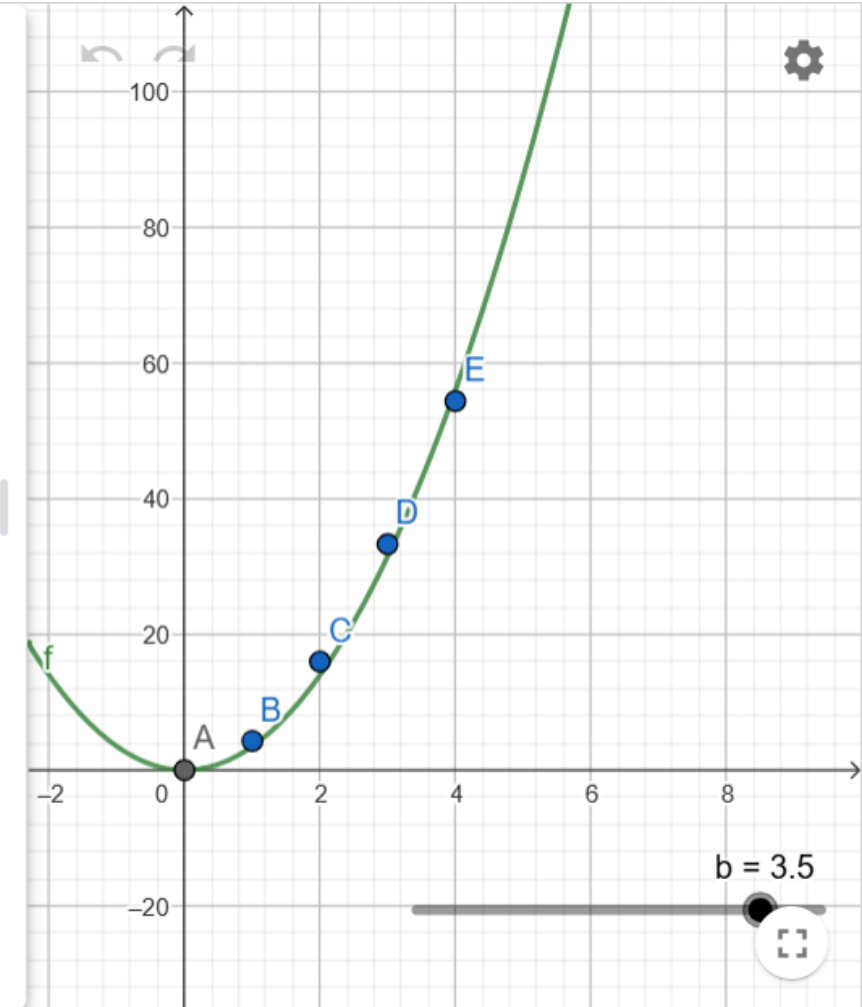
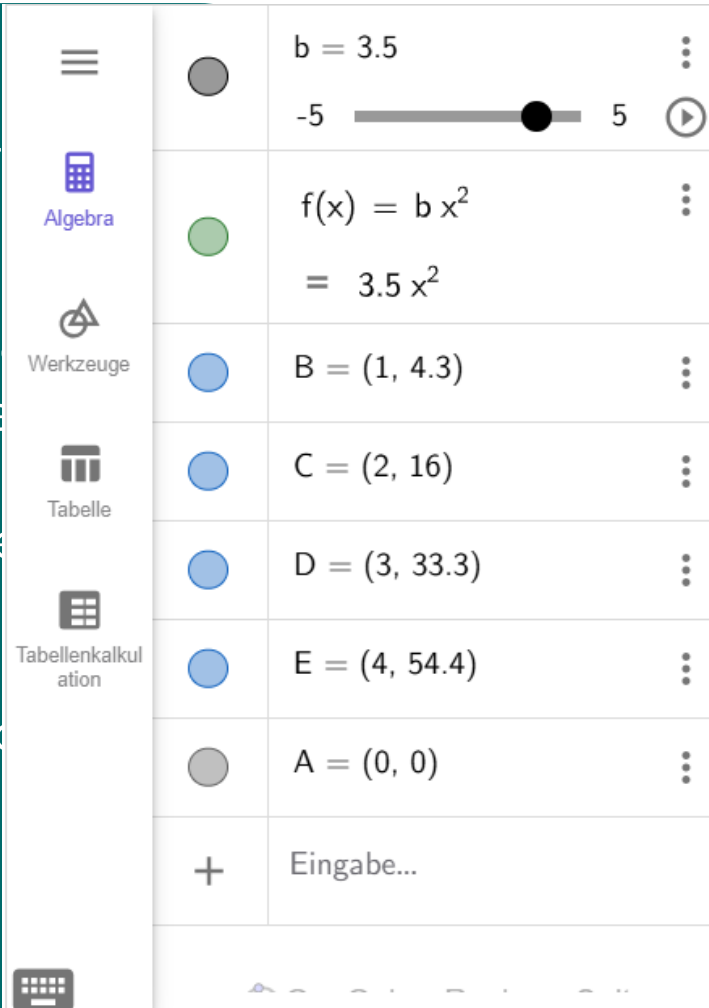
Zeit x in s	Weg $f(x)$ in m
0	0
1	4,3
2	16
3	33,3
4	54,4
5	77,5

Modellierung



Bewegung Gepard

- Stelle die Bewegung des Gepards in GeoGebra dar.
- Wie viel Weg hat der Gepard nach 1s zurückgelegt? Findet verschiedene Möglichkeiten dies zu bestimmen.
- Diskutiert, welche Funktion sich um die Bewegung zu beschreiben. Notiert eure Ergebnisse.
- Welche durchschnittliche Geschwindigkeit hat der Gepard in den ersten 1,5s?
- Welche Geschwindigkeit hat der Gepard nach 1s?

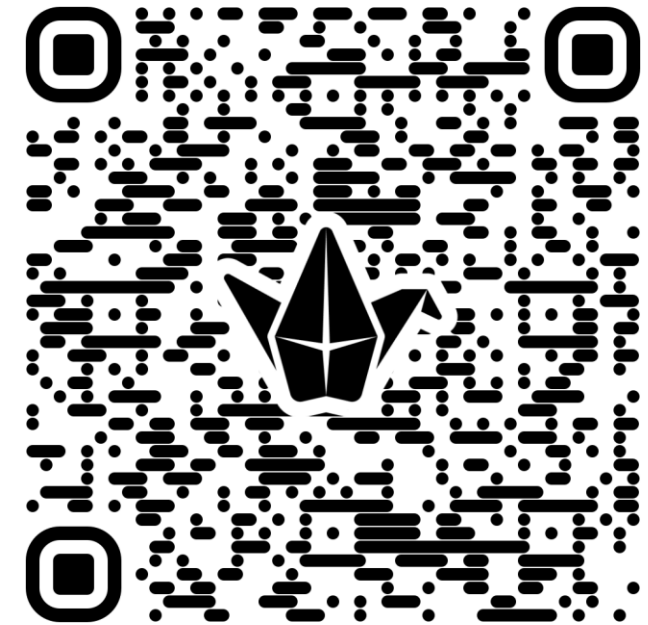


Workshop Übersicht

1. Potenziale von digitalen Werkzeugen
2. Aufgaben-Beispiele
3. Arbeitsphase: Aufgaben mit GeoGebra finden
4. Kognitive Aktivitäten & GeoGebra in Prüfungen?

Aufgaben zu GeoGebra

- a) Machen Sie sich mit der GeoGebra Rechner Suite vertraut (geogebra.org). Probieren Sie auch Tabelle und Tabellenkalkulation, sowie verschiedene „Rechner“ (Grafikrechner, Geometrie, Wahrscheinlichkeit,...) aus.
- b) Entwerfen, adaptieren oder recherchieren Sie Aufgaben, die Schüler:innen mit GeoGebra bearbeiten können. Sammeln Sie ihre Ergebnisse im Padlet:
<https://kurzlinks.de/1v2o>
- c) Formulieren oder adaptieren sie konkrete Aufgaben, die sie in Ihrem Unterricht bald einsetzen. Nutzen Sie u.a. die Sammlung von b).



Workshop Übersicht

1. Potenziale von digitalen Werkzeugen
2. Aufgaben-Beispiele
3. Arbeitsphase: Aufgaben mit GeoGebra finden
4. Kognitive Aktivitäten & GeoGebra in Prüfungen?

Ziel: Förderung von Verständnis und kognitive Aktivierung

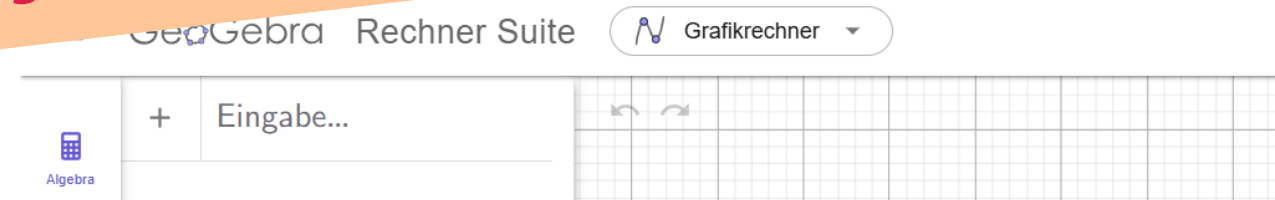
(Barzel & Klinger, 2022; Heintz et al., 2017)

Aufgaben-Gestaltung/Adaption

Potenziale des Werkzeugeinsatzes

(Barzel & Klinger, 2022)

- Unterstützung im Darstellungswechsel 
- Förderung entdeckendes Lernen (Einstieg und Vertiefung) 
- Unterstützung in Modellierung (realistische Kontexte & Daten) 
- Reduzierung von Kalkül und Fokussierung auf konzeptuelles Wissen 



Hürden beim Werkzeugeinsatz & deren Überwindung (Barzel & Klinger, 2022)

- Kognitive Überlastung
 - Mit 1 Darstellungsform starten
 - Mit einfachen Modellierungen starten
- „Substitute for thinking“
 - Hilfsmittel-freier Teil in Prüfung
 - Reflexion einfordern (vgl. KI)

Oberflächlich



1 Erinnern, Reproduzieren & Ausführen	
Konzeptuell	Prozedural
- Fakten abrufen, angeben, beschreiben - Wiedergeben, nennen, benennen - Aufzählen, Beispiele angeben	- Rechnen und Formeln nutzen - Algorithmus/Verfahren ausführen - Bestimmen, Ermitteln
2 Verstehen, Anwenden & Begründen	
Konzeptuell	Prozedural
- Erklären von Bedeutungen - Begründen mathematischer Sachverhalte - Vernetzen von Inhalten und Darstellungen - Beispiele und Gegenbeispiele finden - Formalisieren/Schematisieren - Mathematisieren (mit Modell finden),	- Erläutern von Rechenwegen - Flexibel rechnen, einen Algorithmus modifiziert nutzen, überschlagen/schätzen, Lösungsweg bewusst wählen - Einfaches Mathematisieren (mit vorgegebenem Modell) - Strategien nutzen - Entscheiden ohne Begr., rechnerisch begründen & nachweisen, zeigen
3 Analysieren, Bewerten & Beweisen	
- Explorieren: Erfassen, Ausprobieren, Vermuten, Systematisieren, begründet vermuten - Muster fortsetzen & finden: charakteristische Eigenschaften herausarbeiten, Abstrahieren - Strukturieren: Klassifizieren, Kategorisieren, Analogisieren, Vergleichen - Generalisieren: Zusammenhänge erfassen und allgemein Beschreiben - Überprüfen: Beurteilen, Entscheiden mit Begründung, Validieren, Reflektieren, (Formal) Beweisen - Geeignete Darstellungen finden, analysieren und interpretieren	
4 Kreativ neu denken	
- Komplexe inner- und außermathematische Probleme lösen - Hypothesen aufstellen, eigene Ideen entwickeln, Situationen/Modelle/tragfähige Begriffe erfinden - Neue Perspektiven einnehmen, Planen/Bearbeitungsprozesse strukturieren, Recherchieren - Metakognitiv und kritisch reflektieren	

Tiefgehend

Ziel: Förderung von Verständnis und kognitive Aktivierung

(Barzel & Klinger, 2022; Heintz et al., 2017)

Aufgaben-Gestaltung/Adaption

Lernzielorientierung & -transparenz

Potenziale des Werkzeugeinsatzes

(Barzel & Klinger, 2022)

- Unterstützung im Darstellungswechsel 
- Förderung entdeckendes Lernen (Einstieg und Vertiefung) 
- Unterstützung in Modellierung (realistische Kontexte & Daten) 
- Reduzierung von Kalkül und Fokussierung auf konzeptuelles Wissen 

Hürden beim Werkzeugeinsatz & deren Überwindung (Barzel & Klinger, 2022)

- Kognitive Überlastung
 - Mit 1 Darstellungsform starten
 - Mit einfachen Modellierungen starten
- „Substitute for thinking“
 - Hilfsmittel-freier Teil in Prüfung
 - Reflexion einfordern (vgl. KI)

Bildungsstandards

(KMK, 2012)

„Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht folgt dann auch deren Einsatz in der Prüfung.“

Prüfungen verdeutlichen ...

welche Kenntnisse und Fähigkeiten für wichtig erachtet & honoriert werden

Beispiel: Liegt der Fokus in Prüfungen auf Verfahren, die von Hand ausgeführt werden, ist das Auswendiglernen dieser ein sinnvoller Fokus für Lernende

Constructive Alignment

In **Prüfungen** muss qualitativ und quantitativ das abgefragt werden, was auch den **Unterricht** qualitativ und quantitativ prägt.

Henning Körner

- Heintz, G., Elschenbroich, H.-J., Laakmann, H., Langlotz, H., Rüsing, M., Schacht, F., Schmidt, R., & Tietz, C. (2017). Werkzeugkompetenzen: Kompetent mit digitalen Werkzeugen Mathematik betreiben. Medienstatt
- Barzel & Roth, 2018. Bedienen – Problemlösen – Reflektieren: Strategisch arbeiten mit digitalen Werkzeugen in mathematik lehren Heft 211

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit



Jan Lucas Fischer

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische
Universität Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik
(Sekundarstufen)

Fortstraße 7, 76829 Landau

jl.fischer@rptu.de

dms.math.rptu.de/m/fischer



RPTU

**Bitte nehmen Sie sich 2 Minuten Zeit
für die Evaluation des Workshops.**

