



MaTeGnu

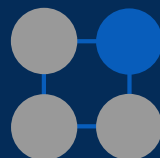


GeoGebra-Institut
Landau (RLP)

GeoGebra-Werkzeugeinsatz in Übungen und Prüfungen

Dr. Susanne Digel

21.09.2026 GeoGebra-Tag RLP 2026



Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

R
TU
P

Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau

Übersicht

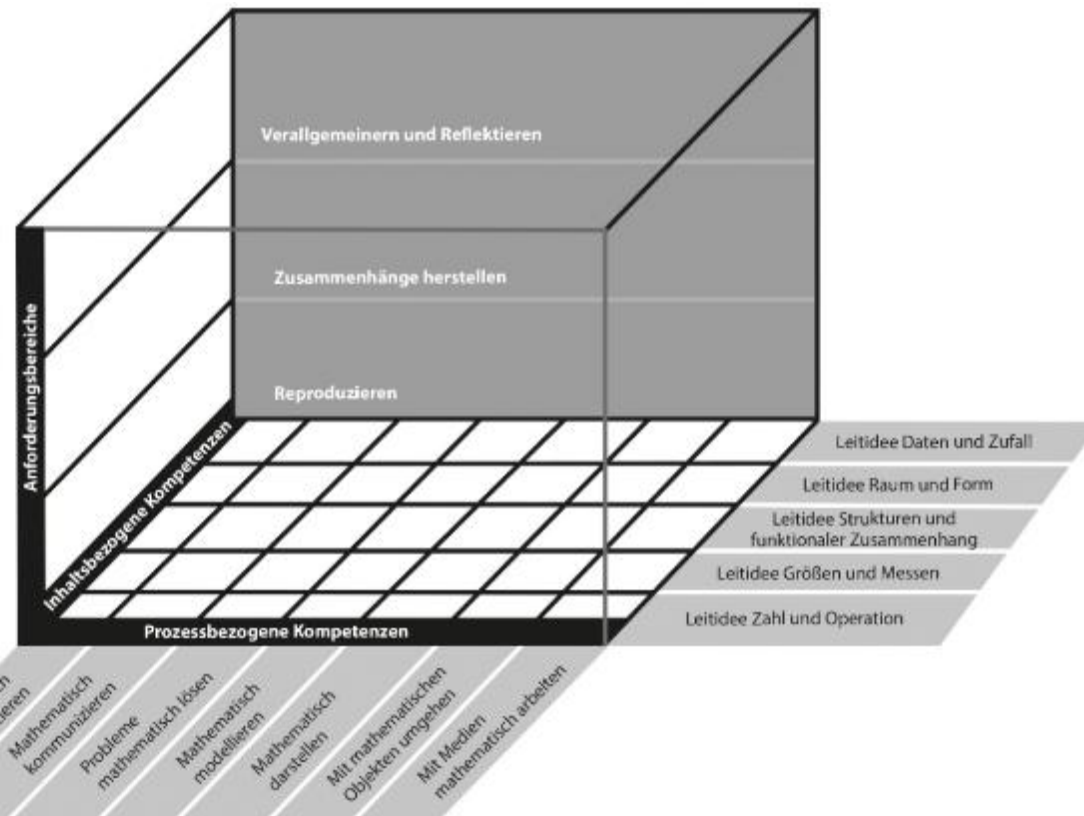
1. Digitale Werkzeuge in Aufgaben
2. GeoGebra in Prüfungen
3. GeoGebra Prüfungsmodus
4. Werkzeugkompetenzen
5. Dokumentation von Lösungen

1

Digitale Werkzeuge in Aufgaben

Neuer Kompetenzbereich „Mit Medien mathematisch arbeiten“

- **Fachliche Kompetenzen digital fördern** – Lernen MIT Medien
- **Digitale Kompetenzen fachlich fördern** – Lernen ÜBER Medien



Kennenlernen
und Vertiefen
der Arbeit mit
Tabellenkalkulation

Vertiefen der Bruchrechnung
durch Reflektieren und
Strukturieren der nötigen
Rechenschritte (Algorithmus)

Du siehst hier eine „Bruchmultiplikations-Maschine“. Erstelle selbst eine „Bruchdivisions-Maschine“.

	A	B	C	D	E
10	Multiplikation von Brüchen				
11					
12	3	*	9	=	27
13	8		5		40
14					
15					

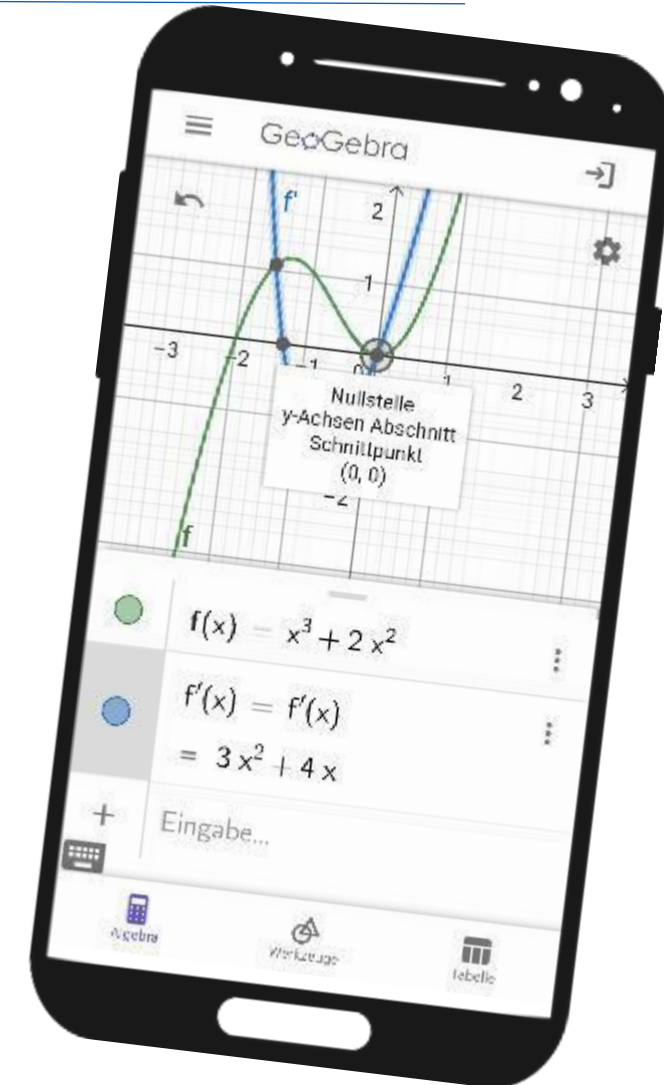
Digitale Werkzeuge

sind für den Mathematik-
unterricht im Wesentlichen

- Tabellenkalkulationsprogramme,
- Computer-Algebra-Systeme,
- dynamische Geometrie-Systeme

und als deren Integration mit Vorgaben der
KMK für das zentrale Abitur

- modulare Mathematikssysteme (MMS).





Digitale Lernumgebung



Konfiguration
vollständig vorgegeben

Strukturierungs- und
Fokussierungshilfen für
alle wesentlichen Aspekte
(z. B. Farbgebung, Linienstärken,
Mitführen von Messwerten, ...)

Elemente können ein-
und ausgeblendet werden

Variationsmöglichkeiten
bewusst eingeschränkt.

Hybrid



Veränderbare
(Teil-)Konfiguration
vorgegeben

Kann / muss ergänzt oder
verändert werden

Nur einzelne
Strukturierungs- und
Fokussierungshilfen
vorhanden

Digitales Werkzeug



Leere,
unstrukturierte
MMS-Datei

MMS wird selbst-
ständig und ohne
Vorgaben benutzt

Erfordert
Werkzeugkompetenz

Roth, J. (2019). **Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht: Konzepte, empirische Ergebnisse und Desiderate**. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht – Konzepte und Beispiele aus Forschung und Praxis (S. 233–248). Wiesbaden: Springer Spektrum. 

Roth, J. (2022). **Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis**. In G. Pinkernell et. al. (Hrsg.), *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 109–136). Berlin: Springer Spektrum. 



Aufgabe

Bestimme jeweils die Lösungen der folgenden Gleichungen:

a) $(x + 2)^2 - 1 = 0$ b) $(x + 2)^2 + 2 = 0$ c) $(x + 2)^2 = 0$

Sie sind dran!

Lösen Sie die Aufgabe mit GeoGebra.

Notieren Sie welche Kompetenzen diese Aufgabe erfordert und welche „von GeoGebra abgenommen“ werden.





1 Erinnern, Reproduzieren & Ausführen

Prozedural

- Rechnen und Formeln nutzen
- Algorithmus/Verfahren ausführen
- Bestimmen, Ermitteln

Konzeptuell

Prozedural

- Erläutern von Rechenwegen
- Flexibel rechnen, einen Algorithmus modifiziert nutzen, überschlagen/schätzen, Lösungsweg bewusst wählen
- Einfaches Mathematisieren (mit vorgegebenem Modell)
- Strategien nutzen
- Entscheiden ohne Begr., rechnerisch begründen & nachweisen, zeigen

- Explorieren: Erfassen, Ausprobieren, Vermuten, Systematisieren, begründet vermuten
- Muster fortsetzen & finden: charakteristische Eigenschaften herausarbeiten, Abstrahieren
- Strukturieren: Klassifizieren, Kategorisieren, Analogisieren, Vergleichen
- Generalisieren: Zusammenhänge erfassen und allgemein Beschreiben
- Überprüfen: Beurteilen, Entscheiden mit Begründung, Validieren, Reflektieren, (Formal) Beweisen
- Geeignete Darstellungen finden, analysieren und interpretieren

- Komplexe inner- und außermathematische Probleme lösen
- Hypothesen aufstellen, eigene Ideen entwickeln, Situationen/Modelle/tragfähige Begriffe erfinden
- Neue Perspektiven einnehmen, Planen/Bearbeitungsprozesse strukturieren, Recherchieren
- Metakognitiv und kritisch reflektieren

Tiefgehend

kognitive Aktivitäten - Beispiel

Aufgabe (mit GeoGebra)

Bestimme jeweils die Lösungen der folgenden Gleichungen:

a) $(x + 2)^2 - 1 = 0$ b) $(x + 2)^2 + 2 = 0$ c) $(x + 2)^2 = 0$

Erkläre den Zusammenhang der Gleichung zum erzeugten Graphen und identifiziere die Lösungen im Graph.

Gib weitere Gleichungen mit keiner, einer oder zwei Lösungen an.

Untersuche, ob es mehr als zwei Lösungen geben kann und begründe deine Antwort.

Bestimme allgemein, für welche Werte p und q die Gleichung $(x + p)^2 - q = 0$ keine, eine oder zwei Lösungen hat.

1 Erinnern, Reproduzieren & Ausführen

Prozedural

- Rechnen und Formeln nutzen
- Algorithmus/Verfahren ausführen
- Bestimmen, Ermitteln

2 Verstehen, Anwenden & Begründen

Konzeptuell

- Erklären von Bedeutung
- Vernetzen von Darstellungen

Prozedural

- Begründen

3 Analysieren, Bewerten & Beweisen

„Produktiv ergänzen“

- Muster fortsetzen
- Strukturieren

3 Analysieren, Bewerten & Beweisen

- Reflektieren

3 Analysieren, Bewerten & Beweisen

- Generalisieren

12



Was wird gefordert?	Beispiele für Aufgabentypen
Verständnis zur Mathematisierung nutzen	(1) Eine gegebene Sachsituation mathematisieren (vgl. Aufgabe 1 ➔) (2) Analysieren einer falschen Mathematisierung (vgl. Aufgabe 2 ➔)
Verständnis zur Veranschaulichung und Interpretation nutzen	(3) Zuordnen von Mathematisierung und Sachsituation oder Bild (vgl. Aufgabe 3 ➔) (4) Interpretieren eines mathematischen Ausdrucks im Sachkontext (vgl. Aufgabe 4.1 ➔: Sachkontext → mathematischer Ausdruck und Aufgabe 4.2 ➔: mathematischer Ausdruck → Sachkontext)
Sachverhalte und Rechenverfahren durch Rückgriff auf inhaltliches Verständnis erklären	(5) Erklären eines Rechenverfahrens unter Rückgriff auf eine geometrische oder inhaltliche Interpretation (vgl. Aufgabe 5 ➔) (6) Erklären komplexer Sachverhalte durch Rückgriff auf inhaltliche Vorstellungen (vgl. Aufgabe 6 ➔)

2

GeoGebra in Prüfungen



Prüfungen sollten ...

- Ziele von Bildungsstandards und Lehrplänen widerspiegeln
- im Einklang mit den Lehr- & Lernpraktiken des Unterrichts stehen
- Lernenden die Möglichkeit geben ihr Wissen und ihre Fähigkeiten geeignet darzustellen

Prüfungen verdeutlichen ...

welche Kenntnisse und Fähigkeiten für wichtig erachtet & honoriert werden
(Art der Aufgaben, geprüfte Fähigkeiten, Anzahl der Bewertungseinheiten, erlaubte Hilfsmittel)

Assessment

should not merely be done to students; rather, it should also be done for students, to guide and enhance their learning.

NCTM: Principles and Standards for School Mathematics

Constructive Alignment

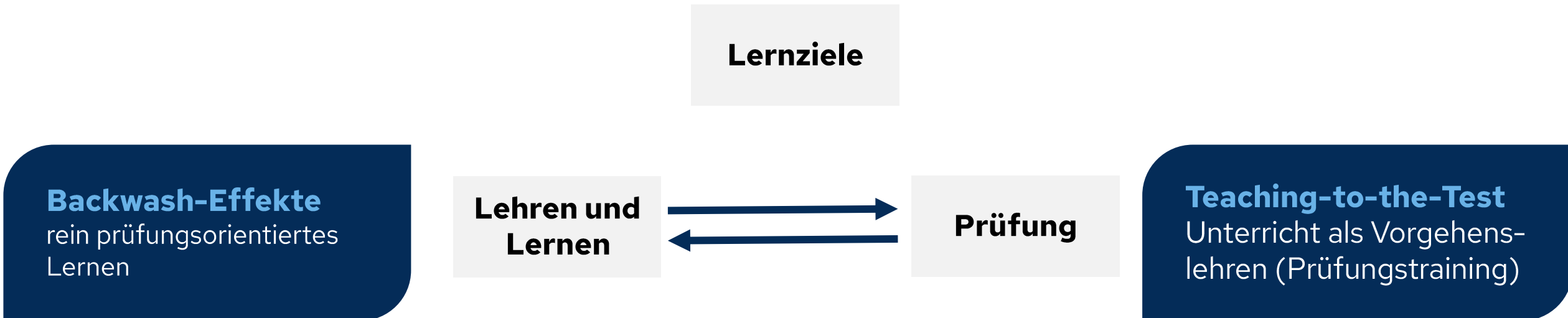
In **Prüfungen** muss qualitativ und quantitativ das abgefragt werden, was auch den **Unterricht** qualitativ und quantitativ prägt.

Henning Körner



Unterschiedliche Sichtweisen auf Lernziele

Lehrkraft formuliert Kompetenzentwicklung in Lernzielen für den Unterricht.
In Prüfung wird nur (prozedurales) Wissen abgefragt.
Für Lernende ist Auswendiglernen der Schlagworte und Verfahren sinnvoller Fokus.



Lehren und **Lernen**, **Lernziele** und **Prüfung** sind nicht im Gleichgewicht, nicht konstruktiv aneinander ausgerichtet
→ keine nachhaltige Kompetenzentwicklung; keine angemessenen Gelegenheiten zum Diagnostizieren und Fördern

Siehe QuaMath Basis-Baustein 5; Barzel, B. & Leuders, T. (2021). „Learning to the test?“ – wissen, was man lernt. Mathematik lehren, 225, 2–7.



Abstimmung von Lehr- und Lernmethoden sowie Prüfungsformen mit den angestrebten Lernzielen.

Ziel: Zieltransparent und Passung

Zielkompetenzen
definieren und
kommunizieren

Checklisten
Kompetenzraster

Lernziele

Konkrete Aktivität für
Kompetenzerwerb der
Lernenden

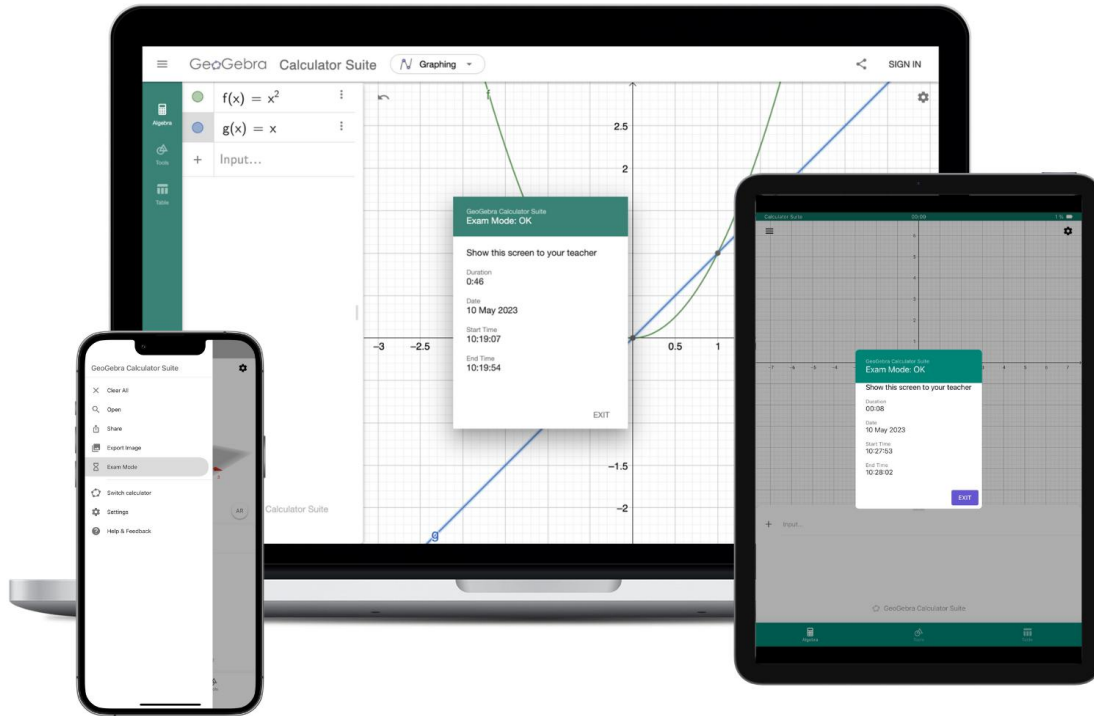
**Lehren und
Lernen**

Prüfung

Aufgaben prüfen
Lernziele und machen
Kompetenzen sichtbar

3

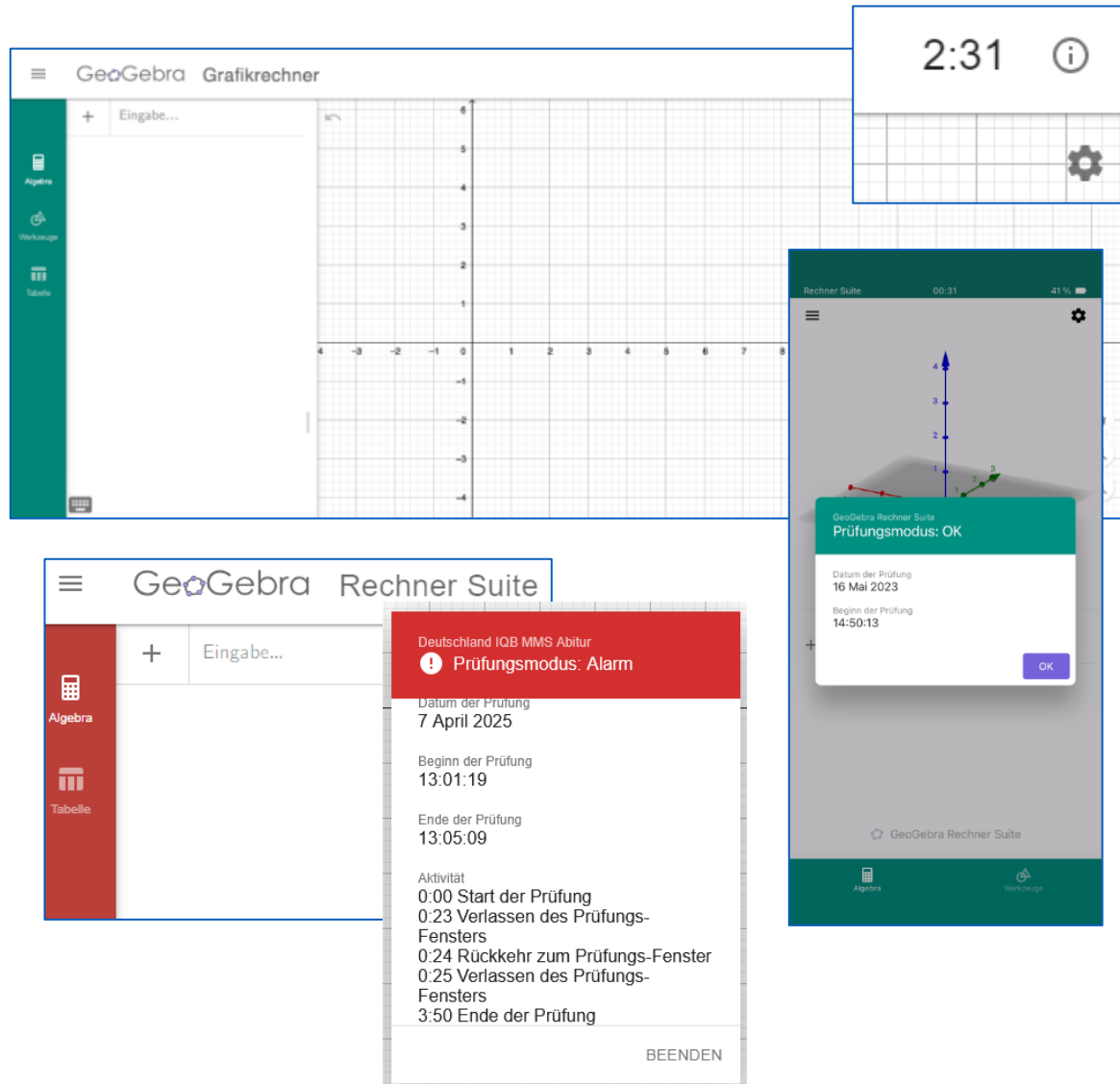
GeoGebra Prüfungsmodus



Unterstützung Prüfungsmodus	 Taschenrechner	 Grafikrechner	 Geometrie	 3D	 CAS	 Suite	 Classic
Tablets & Handys							
iOS	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Android	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Computer							
MacOS		✓	✓		✓	✓	✓
Windows 10		✓	✓		✓	✓	✓
Chromebook		✓					✓

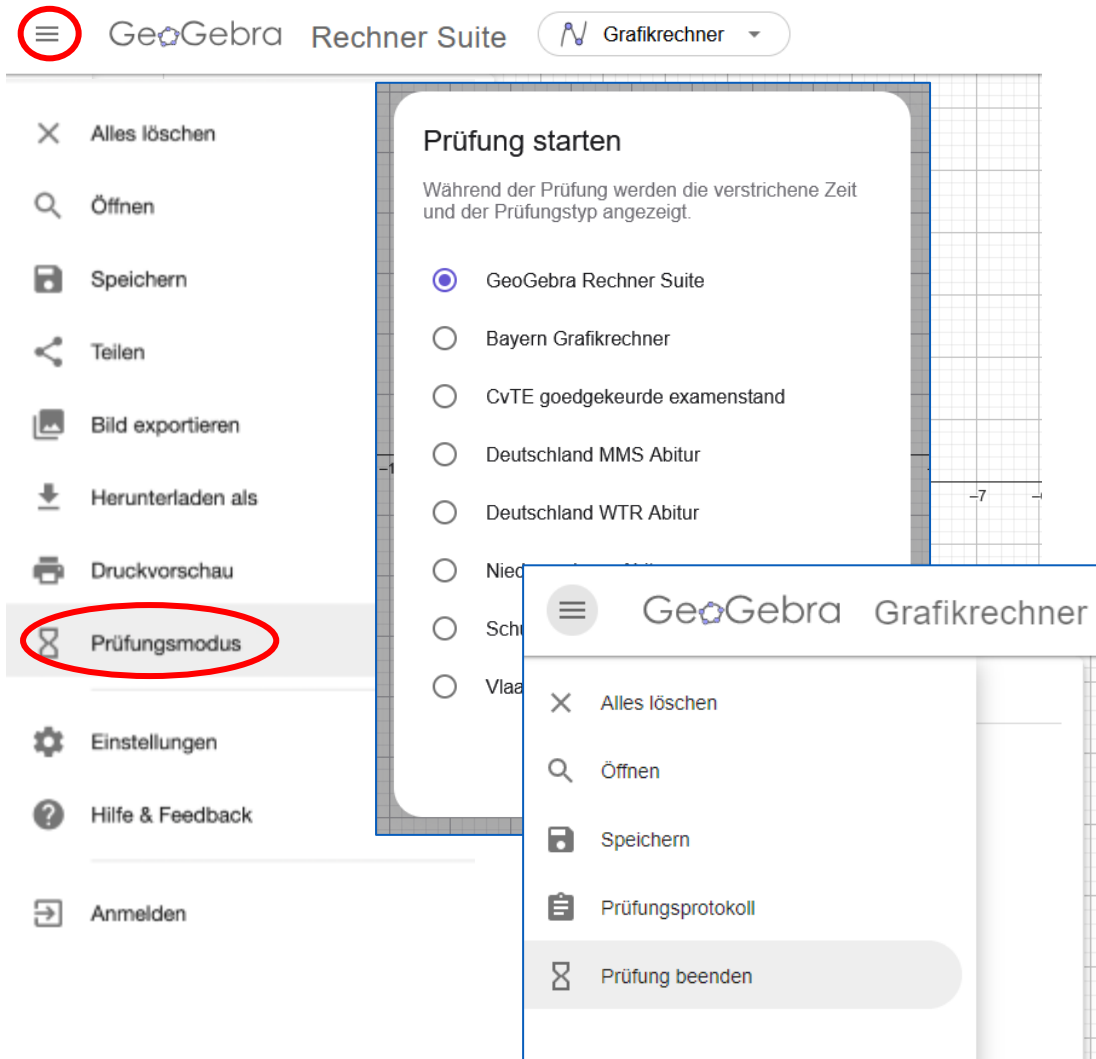
- sperrt mobile Geräte für andere Anwendungen
- Vollbildschirm-Fenster mit visuellem Alarm (dauerhaft) bei Verlassen der App
- automatisch generiertes Prüfungsprotokoll mit Beginn, Ende und Alarmzeiten
- Prüfungsmodus NICHT in der Webversion der Rechner Suite

Prüfungsmodus Protokoll



- protokolliert Verlassen der App
- sichtbare Leiste links (bzw. Kopf-/Fußzeile)
grün alles ok, **rot** Alarm Fenster wurde verlassen
- Prüfungszeit rechts oben (bzw. mittig)
- Info: öffnet Protokoll mit Alarmzeiten (auch über Sandwichmenü, Prüfungsprotokoll)
- Protokoll erscheint bei Prüfung beenden automatisch und wird gespeichert (<Zeitstempel>.jpg bzw. ExamLog.png)

Prüfungsmodus starten und beenden



- Starten über Sandwichmenü
 - Prüfungsmodus
 - GeoGebra Rechner Suite (Deutschland MMS / WTR Abitur)
 - Smartphone/Tablet: Aufforderung Flugmodus einschalten & Bluetooth deaktivieren
 - Beenden über Sandwichmenü
 - Prüfung beenden
 - zentral für alle SuS starten/beenden mit
 - MDM (Apple School Manager, Ms Intune, Jamf, ...)
 - Classroom (Apple/Google Classroom, ...)
 - Safer Exam Browser (siehe übernächste Folie)
- <https://www.geogebra.org/m/y3aufmy8#material/f7ceg3p>



Prüfung starten

Während der Prüfung werden die verstrichene Zeit und der Prüfungstyp angezeigt.

- ☒ GeoGebra Rechner Suite
- ☐ Bayern Grafikrechner
- ☐ CvTE goedgekeurde examenstand
- ☐ Deutschland MMS Abitur
- ☐ Deutschland WTR Abitur
- ☐ Niedersachsen Abitur
- ☐ Schulversuch CAS in Prüfungen
- ☐ Vlaanderen

Prüfungsmodus

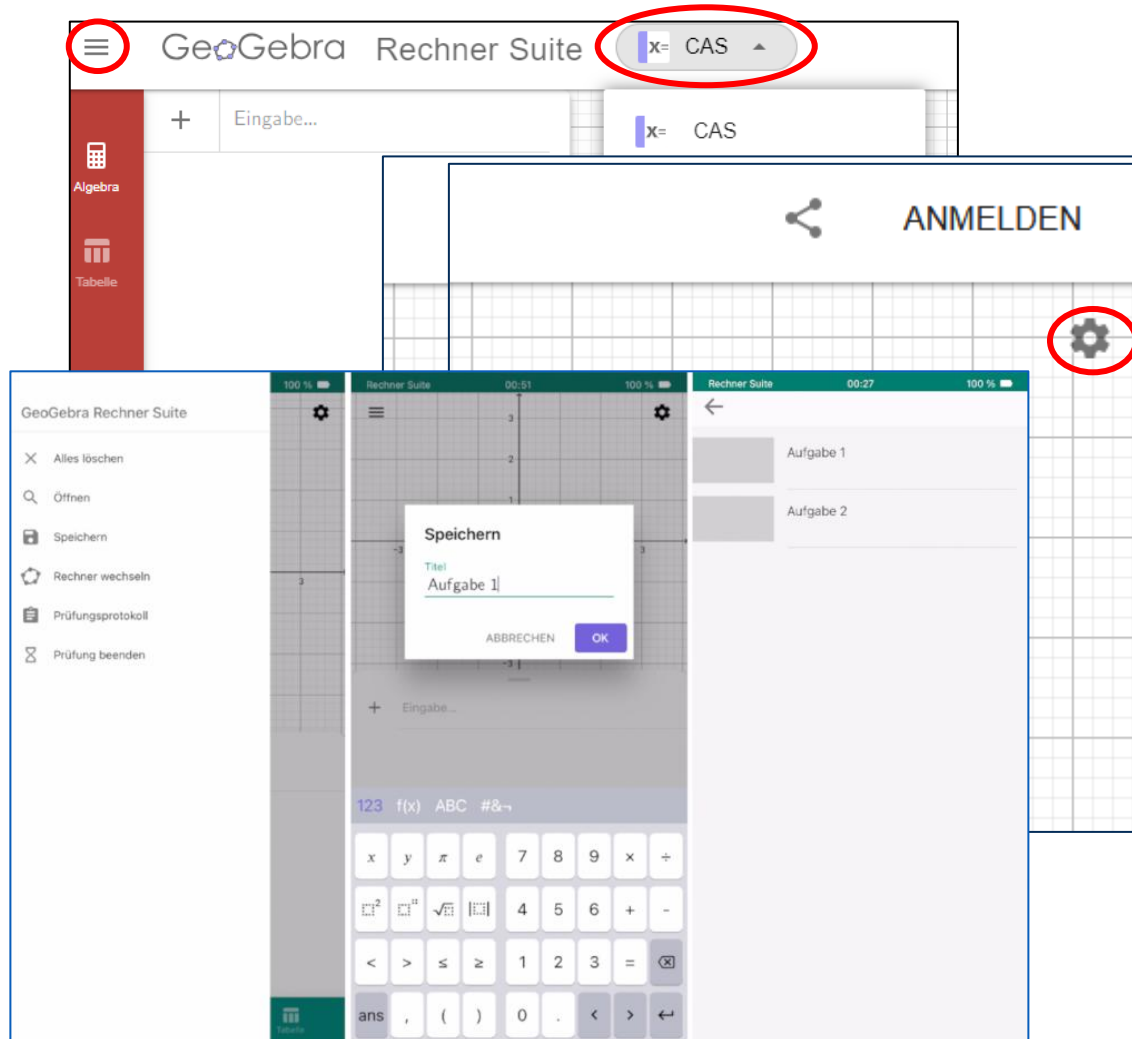
Verwende den Prüfungsmodus von GeoGebra, um den Rechner in einer sicheren Umgebung mit dem Safe Exam Browser (SEB) zu öffnen. Damit SEB gestartet werden kann, stelle sicher, dass er auf deinem Gerät installiert ist. Falls nicht, kannst du ihn über den untenstehenden Link herunterladen.

[Safe Exam Browser herunterladen](#)

ABBRECHEN **SAFE EXAM BROWSER STARTEN**

IQB-zertifizierter Abitur-Modus

- zertifiziert seit Anfang des Jahres
Spezifikationen s. Workshop-Material
ABER: kein 3D Rechner, kein Geometrie
- Webversion für MaTeGnu: <https://roth.tel/mms>
nicht für Prüfungen
(da keine Kontrolle über Browser hinaus) → nur Demo
- Prüfungsmodus: Sandwichmenü links oben
 - Prüfungsmodus auswählen
 - Deutschland IQB MMS Abitur



- Wechsel zwischen Rechnern:
Menü oben mittig
(oder Sandwichmenü: Rechner wechseln)
- Einstellungen:
im Zahnradmenü rechts oben
(oder Sandwichmenü: Einstellungen)
Sprache, Dezimalstellen, Achseneinteilung, ...
- Dateien speichern & öffnen möglich
Sandbox: Dateien existieren nur innerhalb Prüfung
- GeoGebra-Applets lassen sich so **nicht** einbinden
→ Safe Exam Browser (digitaler Workshop)
Bsp.: <https://www.geogebra.org/m/h9jmuap6>

digitaler Workshop zu Safe Exam Browser im Schulcampus
RLP unter SC Lernenonline
<https://lms2.schulcampus-rlp.de/PL-0006/course/view.php?id=959>
OFFEN für ALLE– Infos zur Registrierung unter
<https://info.bildungsportal.rlp.de/lehrende/moodle/schulcampus-lernenonline/>



Zentral verwaltete iPads

- GeoGebra-Prüfungsmodus
 - Individuell wie beschrieben aus GeoGebra-App
 - Zentral über MDM / Apple School Manager
 - Als Safer Exam Browser Lösung
 - ABER: Bluetooth/WLAN muss deaktivierbar sein
- Geführter Modus des iPads
 - Beschränkt Zugriff auf eine App
<https://support.apple.com/de-de/guide/ipad/ipada16d1374/ipados>
 - GeoGebra als App nutzen
 - Kurzleitfaden „Onboard-Prüfungsmodus“
Dank an Hr. Meyberg (Hilda-Gymnasium)



Sie sind dran: Laden Sie auf ihrem Handy/Tablet die GeoGebra Rechner Suite herunter (App Store, Play Store) Aktivieren Sie ggf. den Flugmodus. Starten Sie den Prüfungsmodus. Wählen Sie die Variante GeoGebra Rechner Suite aus.



Bearbeiten Sie die nachfolgende Aufgabe und dokumentieren Sie Ihr Vorgehen!



<https://www.geogebra.org/calculator?examMode=choose>

Aufgabe

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = 3x^2 + 5x + 4$. Überprüfen Sie, ob die Funktion f Schnittpunkte mit ihrer Ableitungsfunktion hat und bestimmen Sie diese Punkte falls vorhanden.

4

Werkzeugkompetenzen



Sicht-
struktur

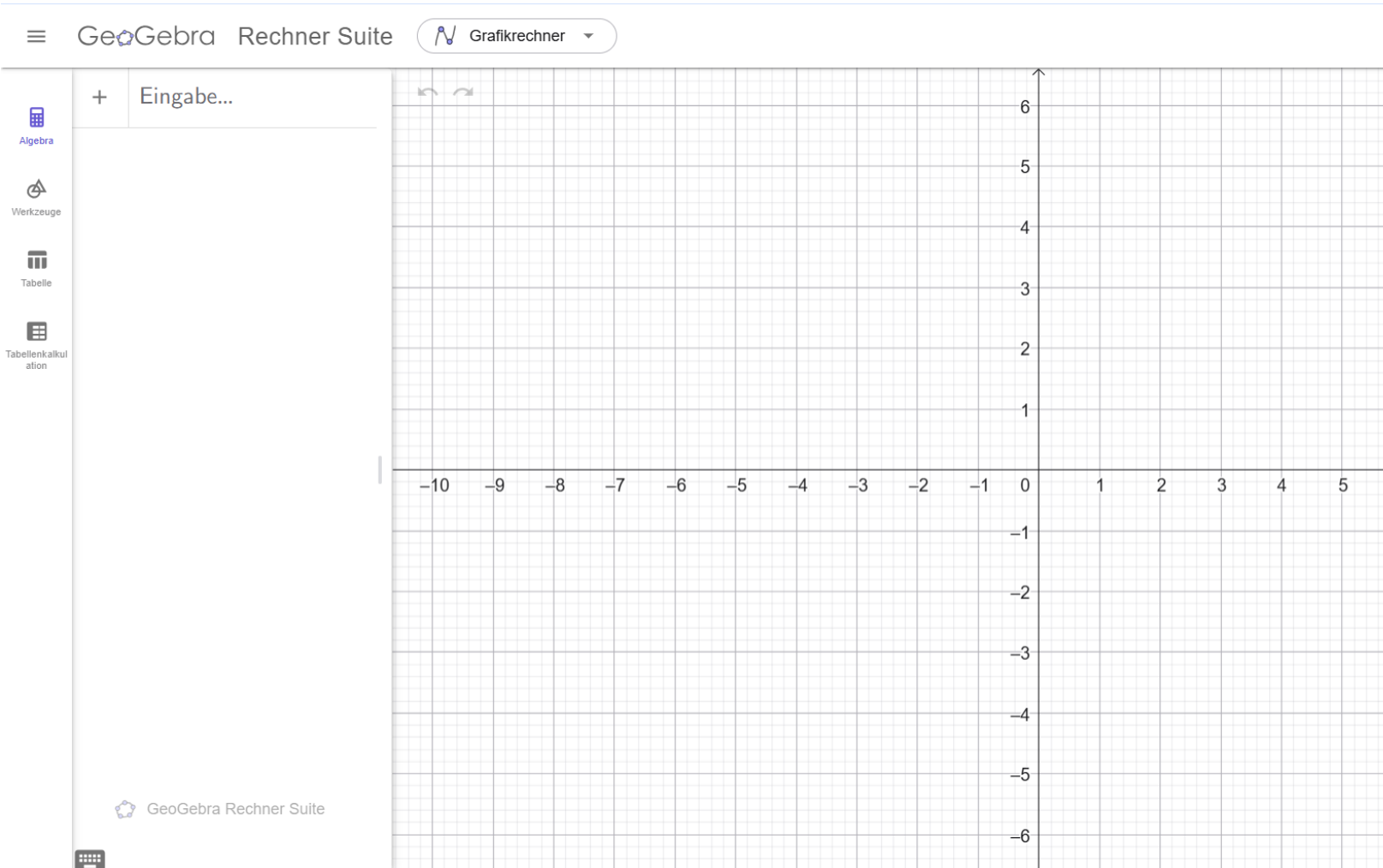
Aufgabe

Tiefenstruktur

Mathematik



- Mathematische Objekte und Konzepte
- Grundvorstellungen
- Mathematische Strategien
- ...

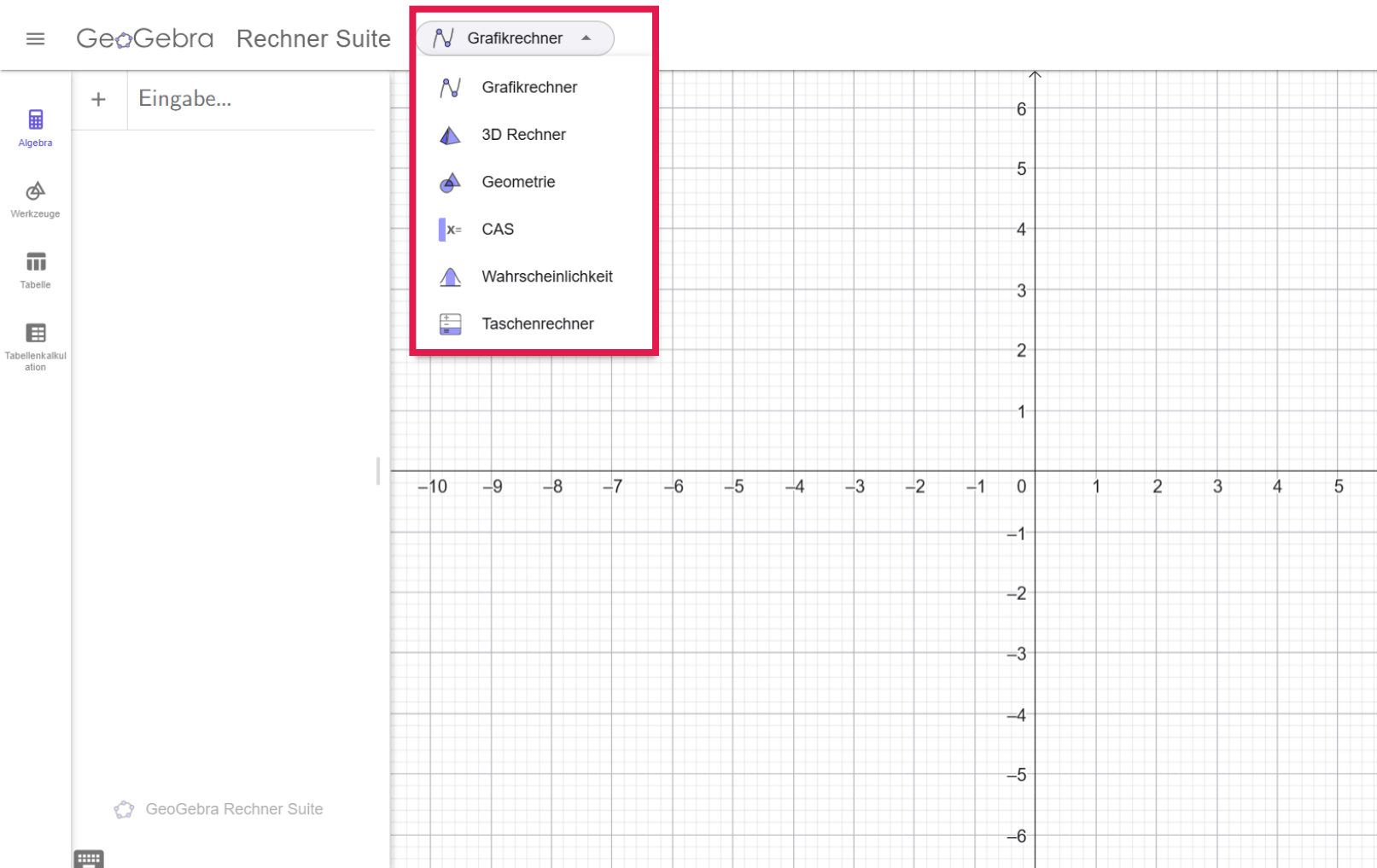


Werkzeugkompetenzen

(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)



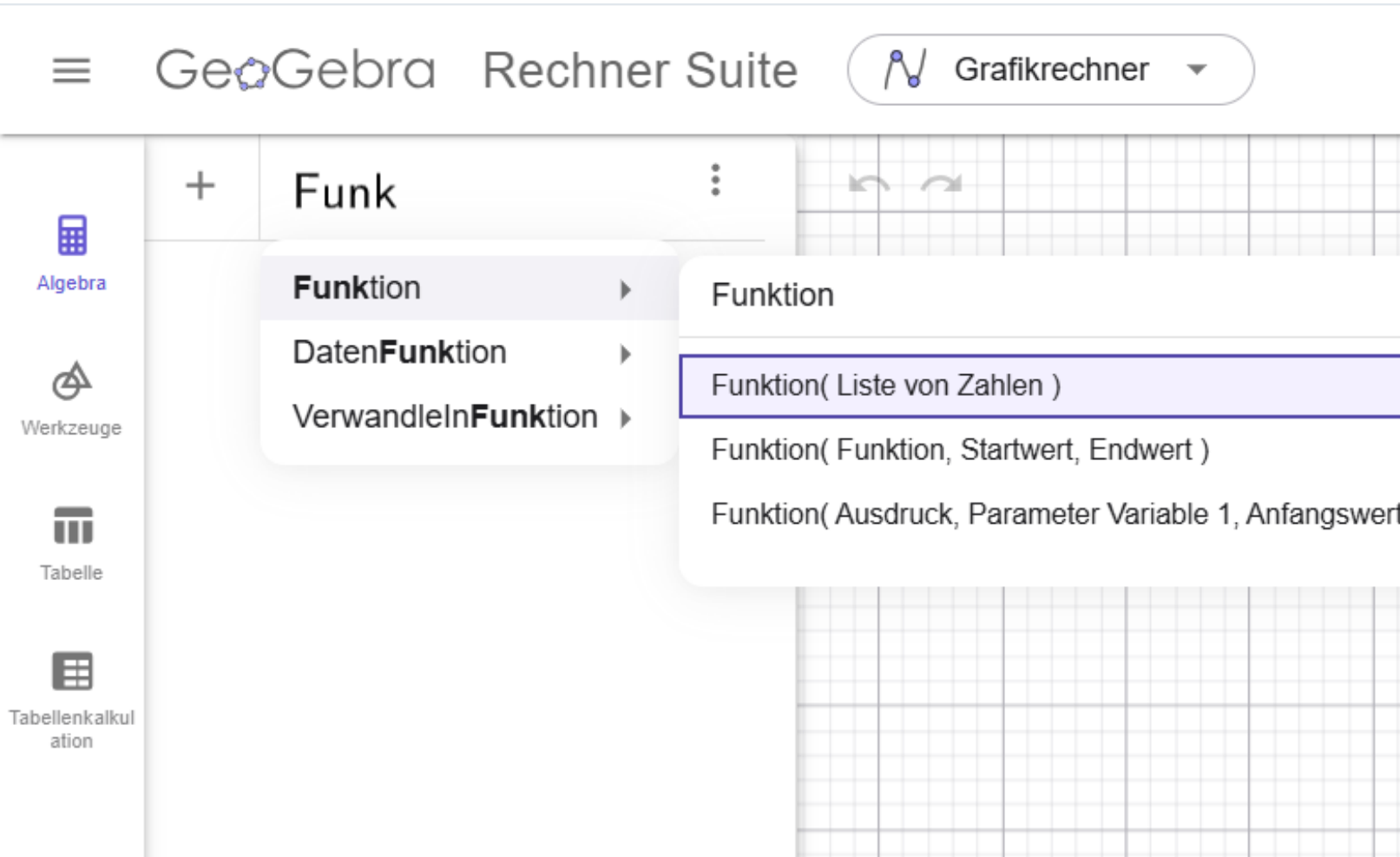
Werkzeugkompetenzen

(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

■ Auswahl

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)



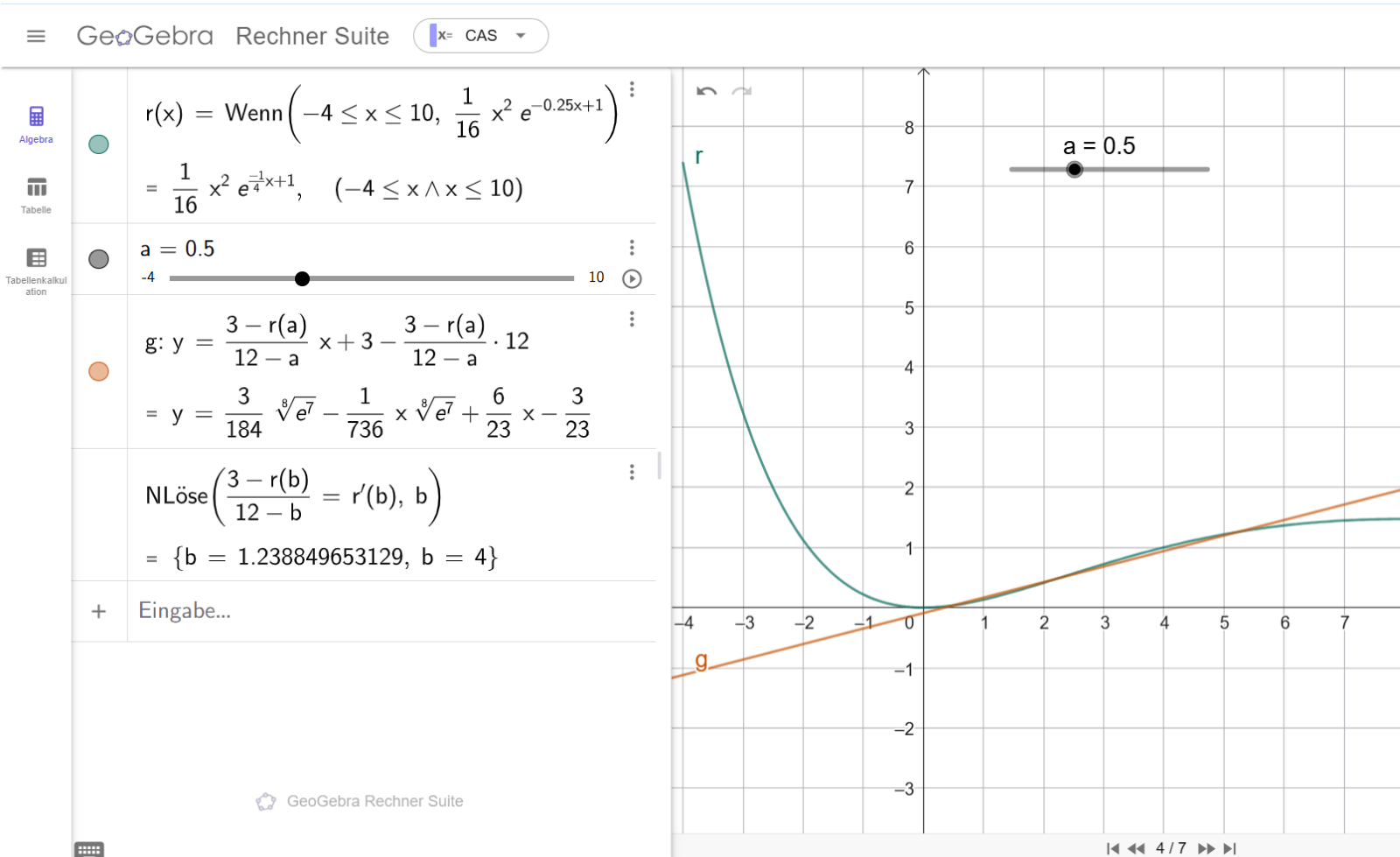
Werkzeugkompetenzen

(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

- Auswahl
- Bedienung

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)



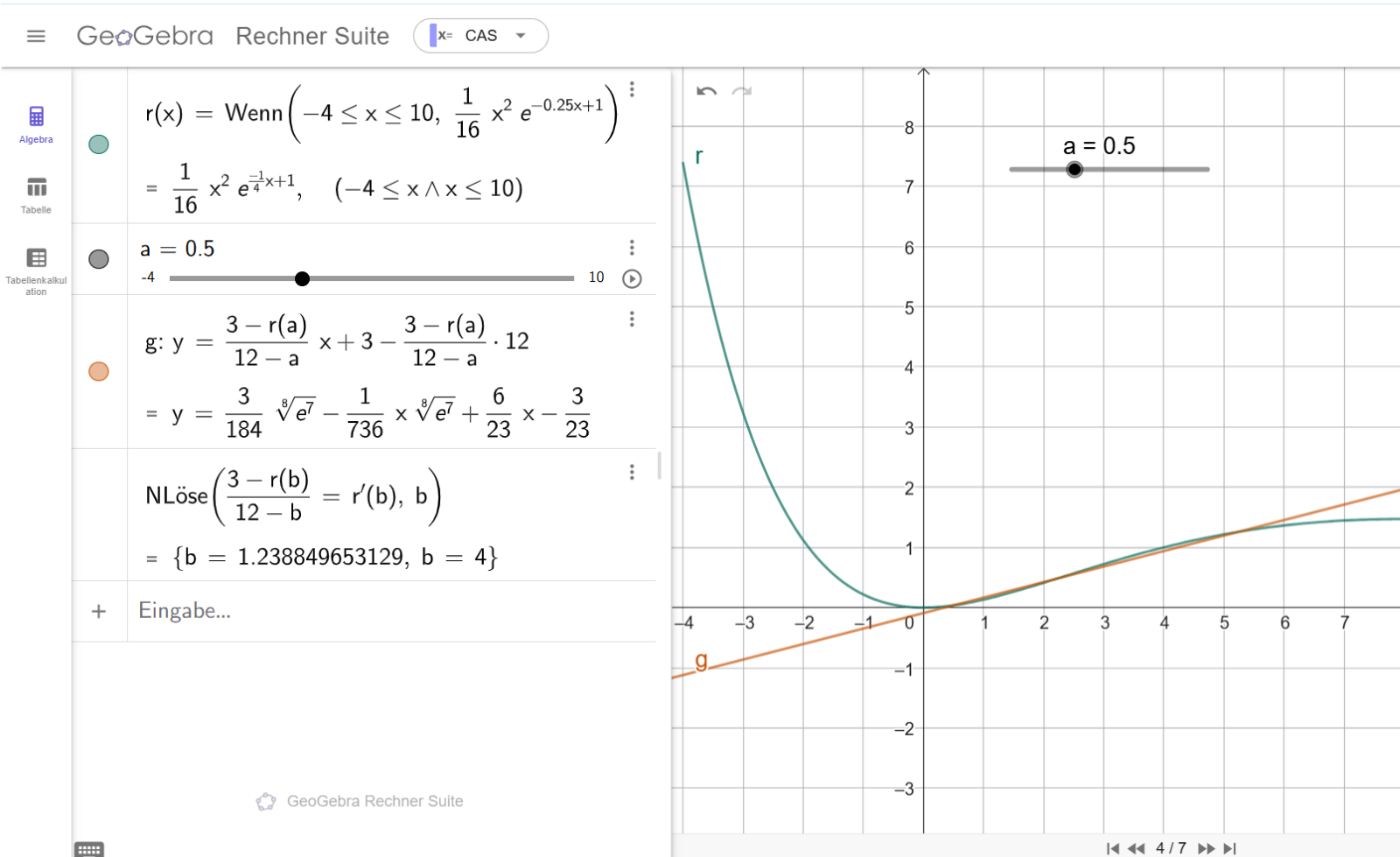
Werkzeugkompetenzen

(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

- Auswahl
- Bedienung
- Dokumentation

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)



Werkzeugkompetenzen

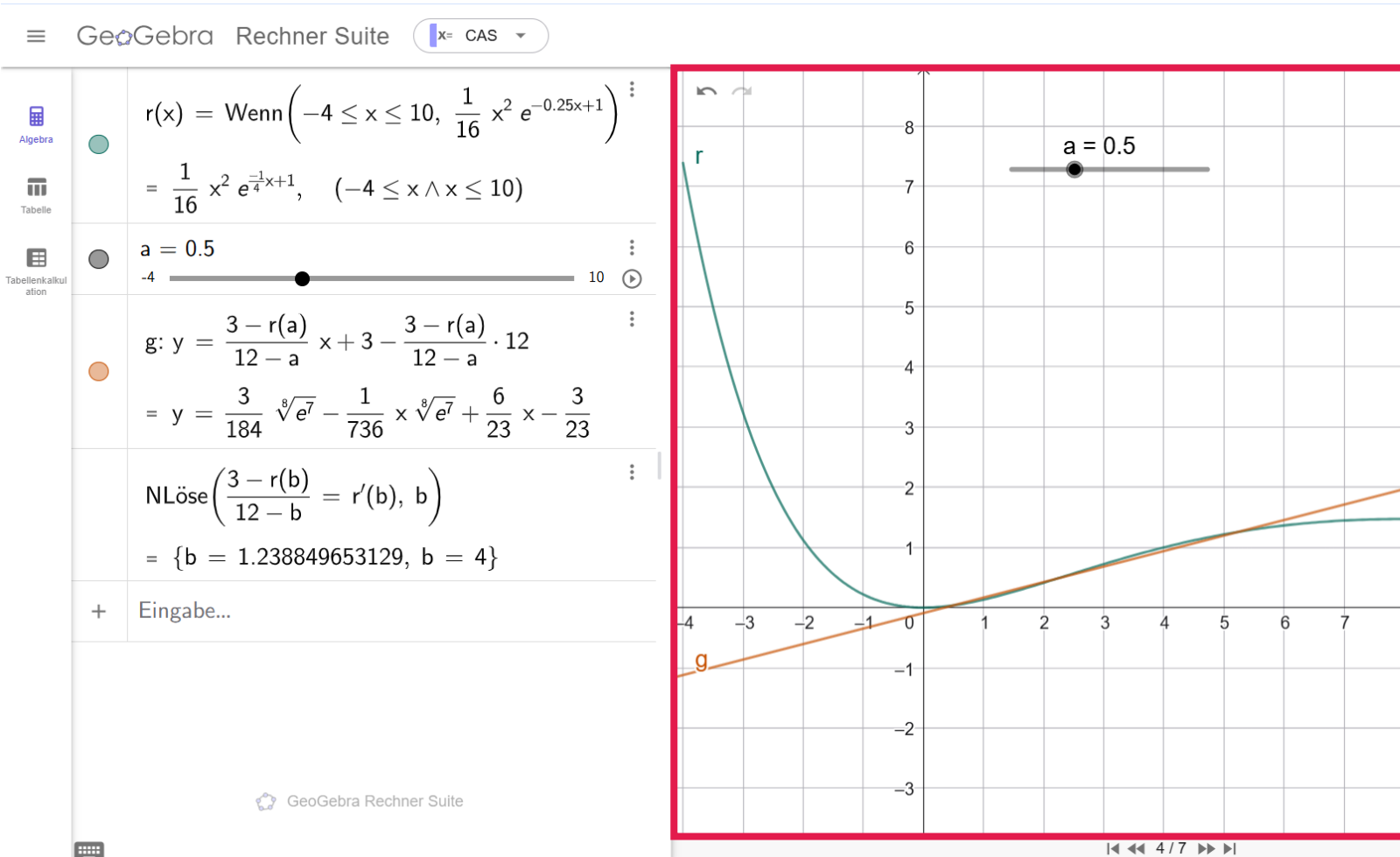
(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

- Auswahl
- Bedienung
- Dokumentation
- Reflexion

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)





Werkzeugkompetenzen

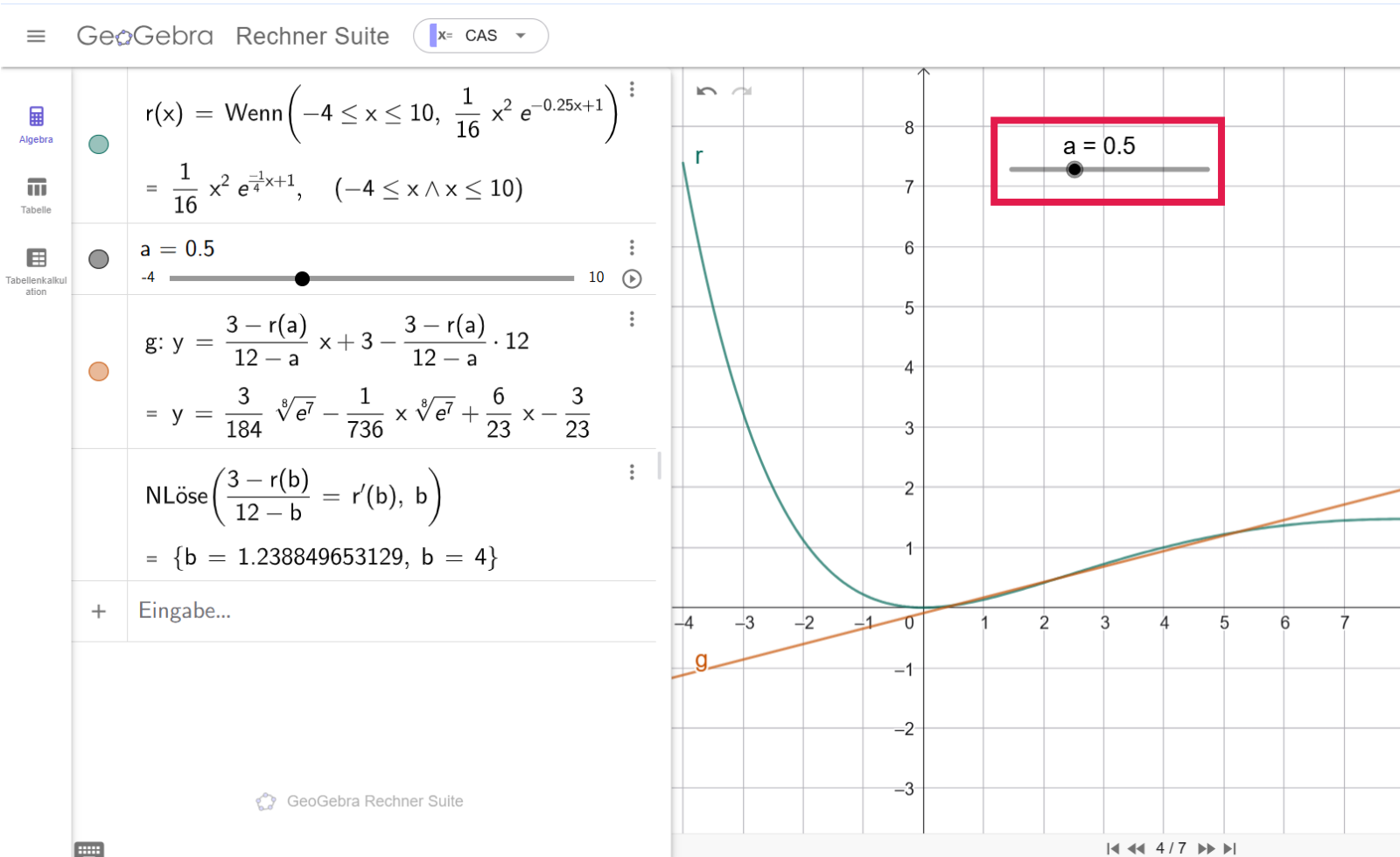
(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

- Auswahl
- Bedienung
- Dokumentation
- Reflexion

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)

- Darstellungswechsel



Werkzeugkompetenzen

(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

- Auswahl
- Bedienung
- Dokumentation
- Reflexion

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)

- Darstellungswechsel
- Systematische Variation



GeoGebra Rechner Suite Grafikrechner

Algebra

Werkzeuge

Tabelle

Tabellenkalkulation

$r_0(x) = \frac{1}{16} x^2 e^{-0.25x+1}$

$r(x) = \text{Wenn}(-4 \leq x \leq 10, r_0(x))$

$= \frac{1}{16} x^2 e^{-0.25x+1}, \quad (-4 \leq x \leq 10)$

$a = 4.1$

$g: y = \frac{3 - r(4.1)}{12 - 4.1} x + 3 - \frac{3 - r(4.1)}{12 - 4.1} \cdot 12$

$l1 = \text{Löse}\left(r'(a) = \frac{3 - r(a)}{12 - a}, a\right)$

$= \{\}$

+ Eingabe...

GeoGebra Rechner Suite

Werkzeugkompetenzen

(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

- Auswahl
- Bedienung
- Dokumentation
- Reflexion

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)

- Darstellungswechsel
- Systematische Variation
- Feedback des Werkzeugs nutzen



GeoGebra Rechner Suite x= CAS

Algebra

$r(x) = \text{Wenn} \left(-4 \leq x \leq 10, \frac{1}{16} x^2 e^{-0.25x+1} \right)$

$= \frac{1}{16} x^2 e^{\frac{-1}{4}x+1}, \quad (-4 \leq x \wedge x \leq 10)$

Tabelle

$a = 0.5$

-4 10

Tabellenkalkulation

$g: y = \frac{3 - r(a)}{12 - a} x + 3 - \frac{3 - r(a)}{12 - a} \cdot 12$

$= y = \frac{3}{184} \sqrt[8]{e^7} - \frac{1}{736} x \sqrt[8]{e^7} + \frac{6}{23} x - \frac{3}{23}$

Werkzeugkompetenzen

(Heintz et al., 2017; Schacht et al., 2022)

- Auswahl
- Bedienung
- Dokumentation
- Reflexion

Werkzeug-Strategien

(Barzel & Roth, 2018)

- Darstellungswechsel
- Systematische Variation
- Feedback des Werkzeugs nutzen
- Fokussierungshilfe





IQB-Aufgabe 2025

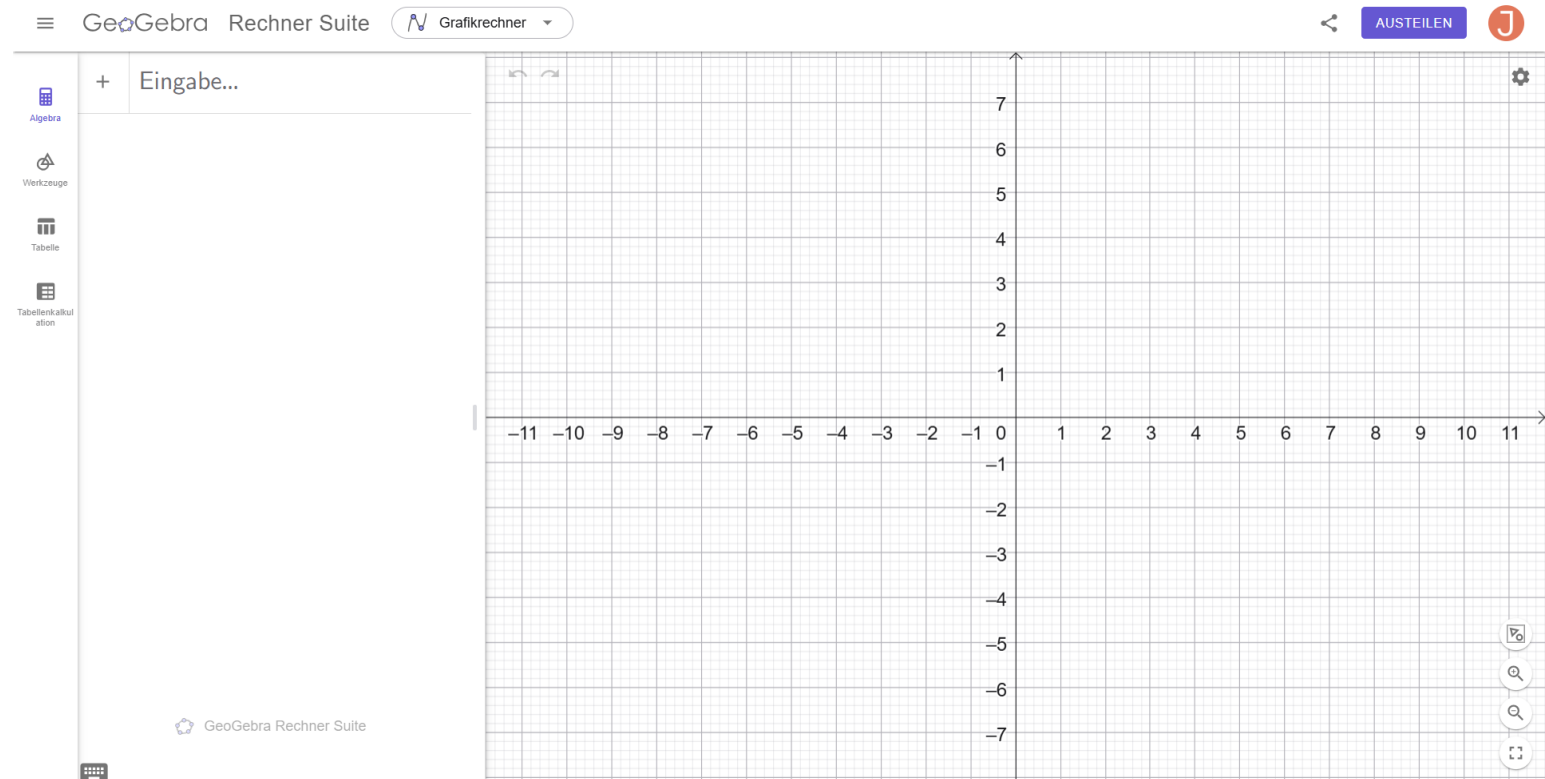
Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$$

beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.





IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$ beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Bedienung: Funktion definieren

	$r(x) = \frac{1}{16} x^2 e^{-0.25x+1}$	
	Eingabe...	



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$$

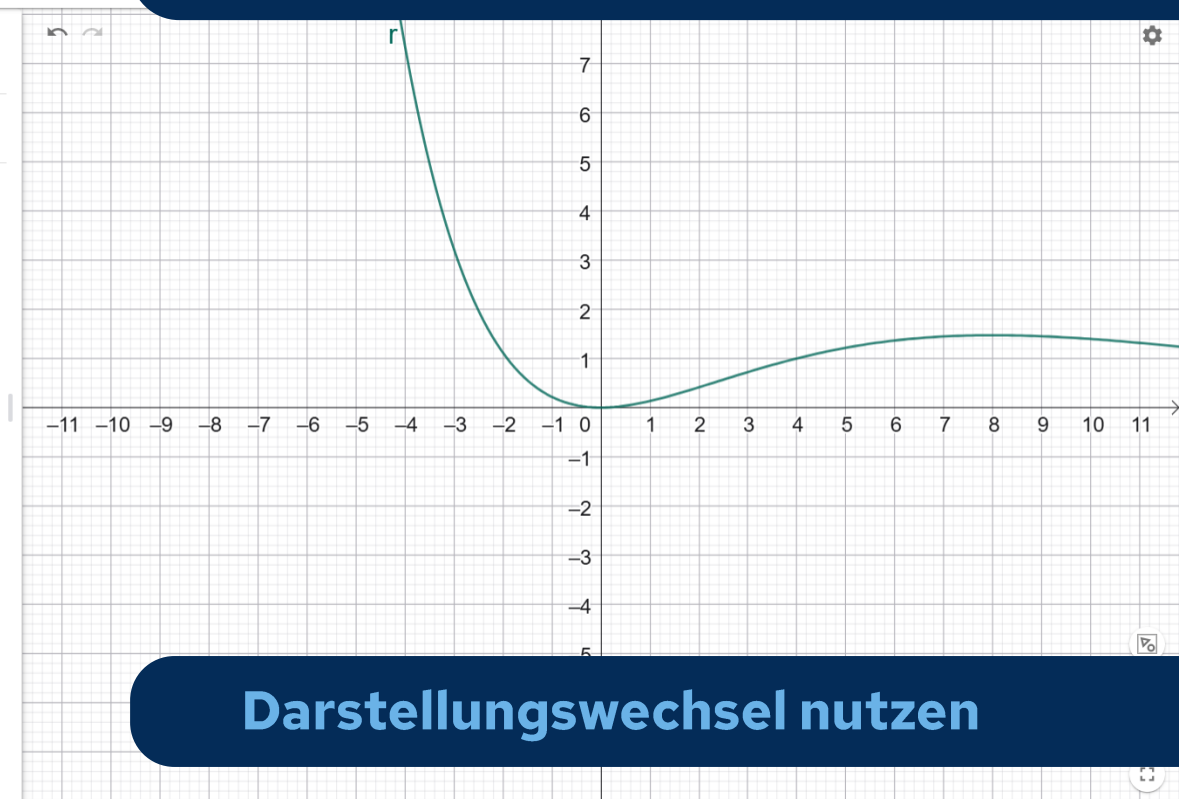
beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

GeoGebra Rechner Suite Grifikrechner

$r(x) = \frac{1}{16}x^2 e^{-0,25x+1}$

+ Eingabe...



Bedienung: Funktion definieren

Darstellungswechsel nutzen



IQB-Aufgabe 2025

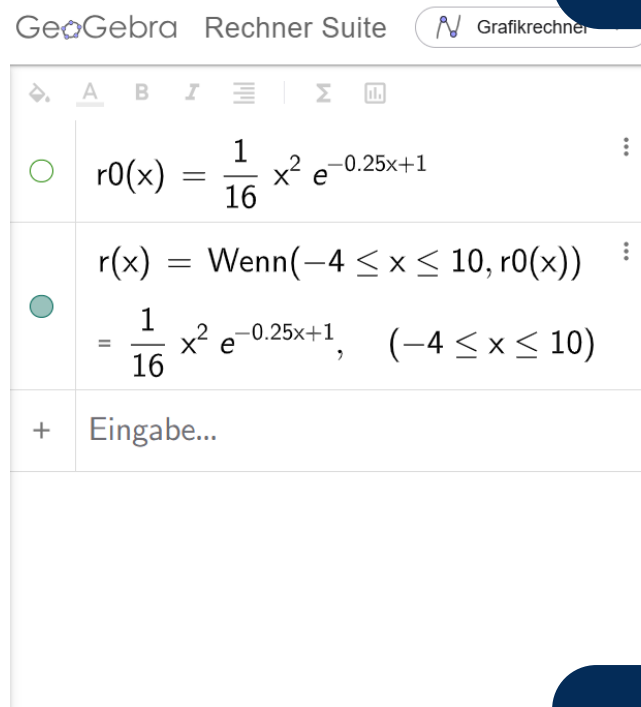
Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$$

beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.



Bedienung: Funktion definieren

Darstellungswechsel nutzen

Fokussierungshilfe:
Definitionsbereich und Benennung



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

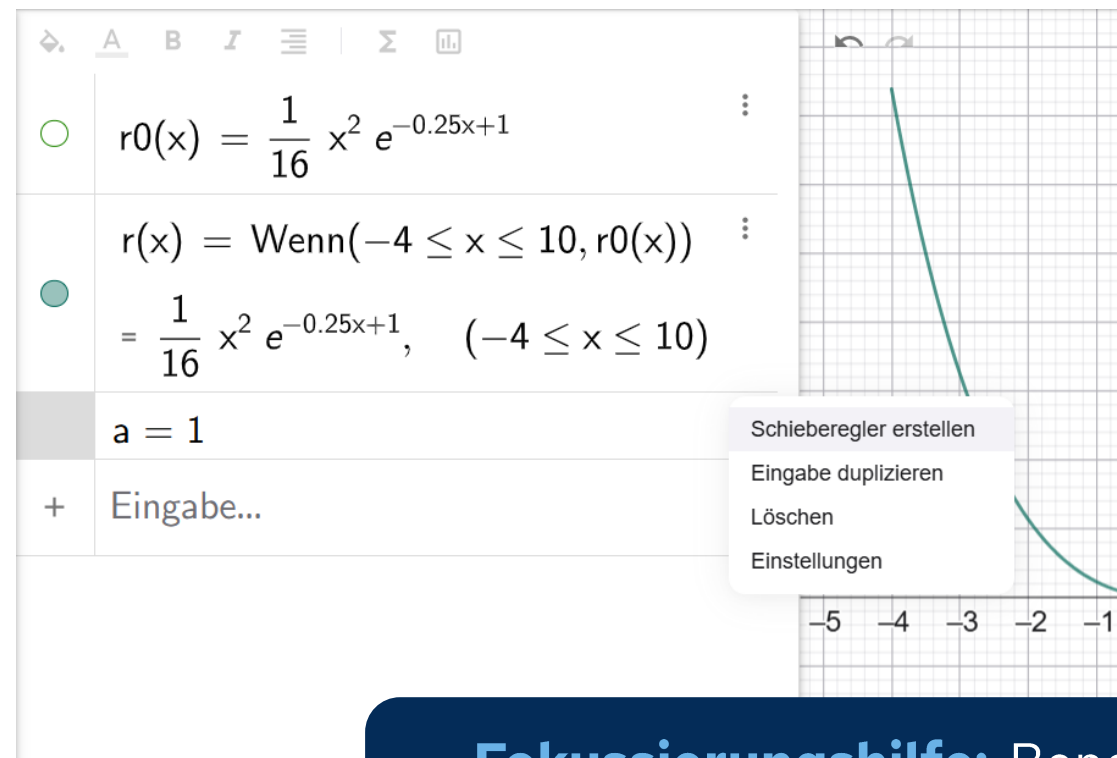
Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$$

beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Bedienung:
Schieberegler definieren



Fokussierungshilfe: Benennung



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot 12\right)$$

beschrieben.
Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Bedienung: Funktion definieren

GeoGebra Rechner Suite Graphikrechner

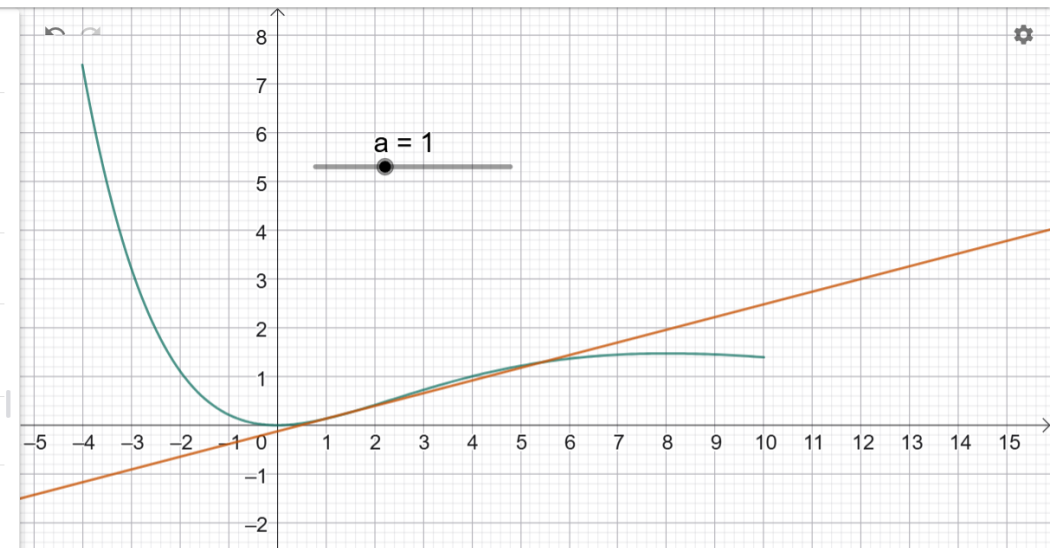
$r_0(x) = \frac{1}{16}x^2 e^{-0,25x+1}$

$r(x) = \text{Wenn}(-4 \leq x \leq 10, r_0(x))$
 $= \frac{1}{16}x^2 e^{-0,25x+1}, \quad (-4 \leq x \leq 10)$

$a = 1$

$g: y = \frac{3-r(1)}{12-1}x + 3 - \frac{3-r(1)}{12-1} \cdot 12$

+ Eingabe...





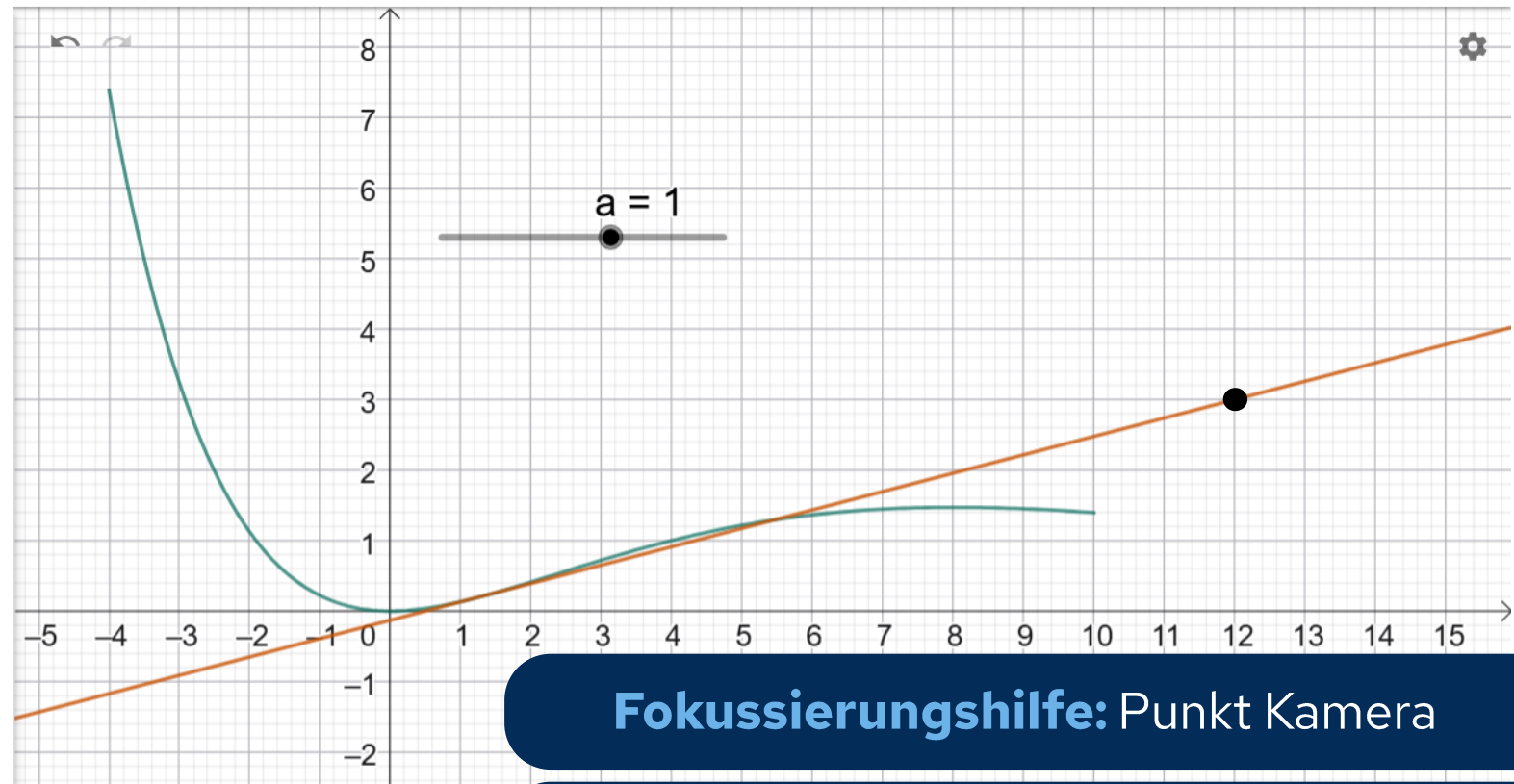
IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$ beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.



Fokussierungshilfe: Punkt Kamera

Darstellungswechsel nutzen



IQB-Aufgabe 2025

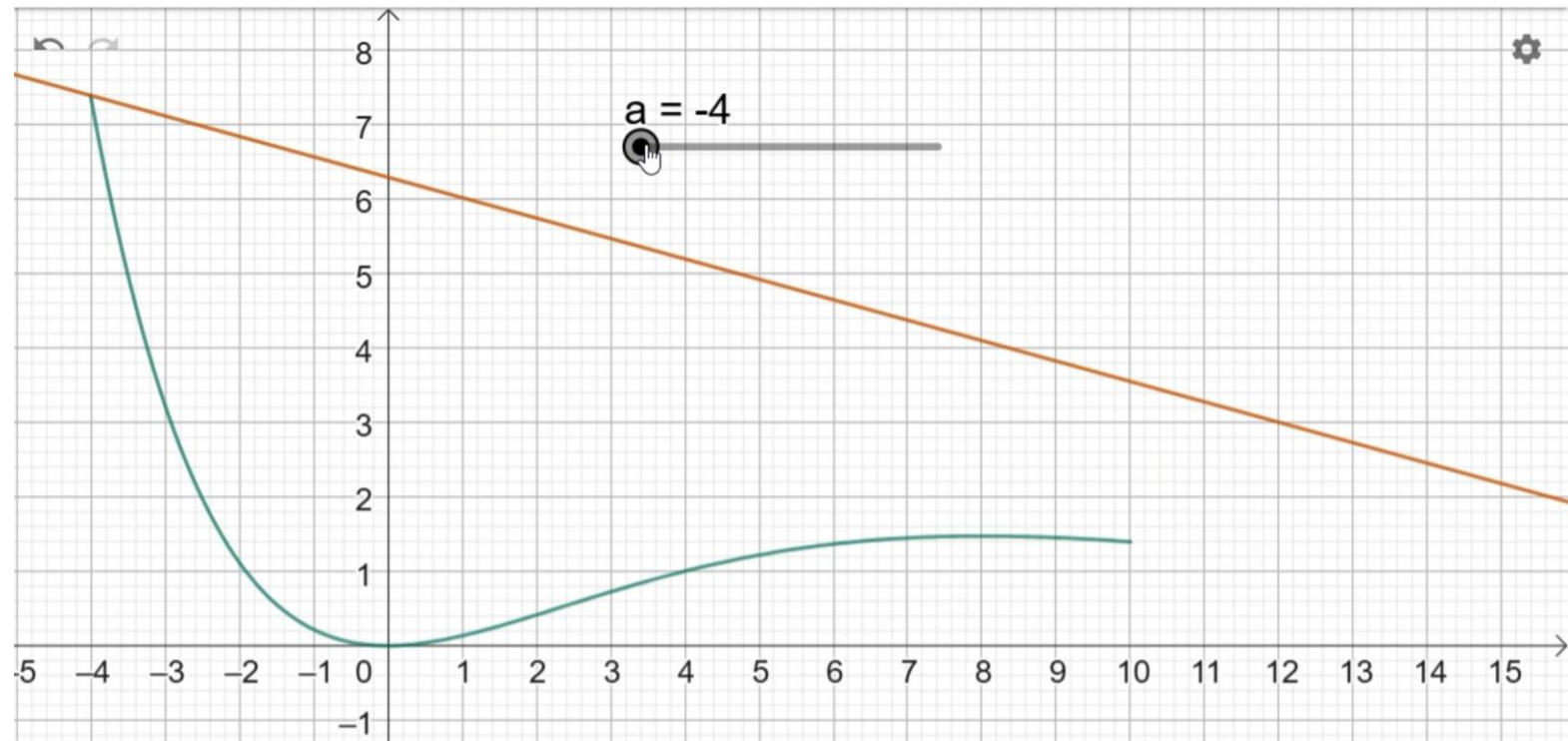
Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$$

beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.



Systematische Variation



IQB-Aufgabe 2025

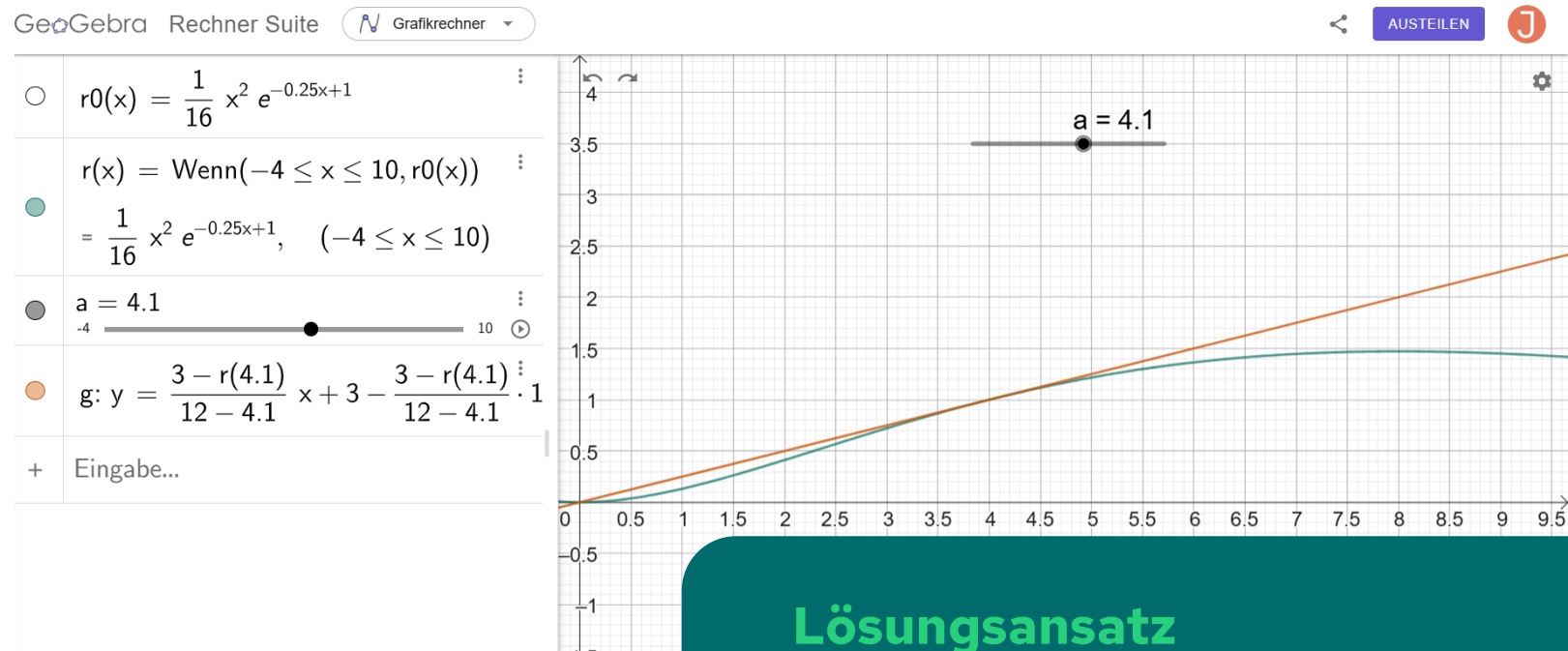
Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$$

beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.



Lösungsansatz

$$r'(a) = m_g = \frac{3 - r(a)}{12 - a}$$



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$ beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Bedienung: Gleichung lösen

GeoGebra Rechner Suite Grafikrechner

☐	$r0(x) = \frac{1}{16}x^2 e^{-0,25x+1}$	☐
☒	$r(x) = \text{Wenn}(-4 \leq x \leq 10, r0(x))$ $= \frac{1}{16}x^2 e^{-0,25x+1}, \quad (-4 \leq x \leq 10)$	☐
☐	$a = 4.1$ -4 10 ▶	☐
☒	$g: y = \frac{3-r(4.1)}{12-4.1}x + 3 - \frac{3-r(4.1)}{12-4.1} \cdot 12$	☐
<input data-cs="3" data-kind="parent" type="button" value="+"/>		
Eingabe...		



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$ beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Bedienung: Gleichung lösen

GeoGebra Rechner Suite Grafikrechner

☐	$r_0(x) = \frac{1}{16} x^2 e^{-0.25x+1}$	⋮
☒	$r(x) = \text{Wenn}(-4 \leq x \leq 10, r_0(x))$ $= \frac{1}{16} x^2 e^{-0.25x+1}, \quad (-4 \leq x \leq 10)$	⋮
☐	$a = 4.1$ -4 ▬ 10 ▶	⋮
☒	$g: y = \frac{3 - r(4.1)}{12 - 4.1} x + 3 - \frac{3 - r(4.1)}{12 - 4.1} \cdot 12$	⋮
☐	$l1 = \text{Löse}\left(r'(a) = \frac{3 - r(a)}{12 - a}, a\right)$ $= \{\}$	⋮
☐	Eingabe...	

Feedback des Werkzeugs nutzen



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$ beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Bedienung: Gleichung lösen

GeoGebra Rechner Suite **Grafikrechner**

☐	$r_0(x) = \frac{1}{16}x^2 e^{-0,25x+1}$	$\vdots$
☒	$r(x) = \text{Wenn}(-4 \leq x \leq 10, r_0(x))$ $= \frac{1}{16}x^2 e^{-0,25x+1}, \quad (-4 \leq x \leq 10)$	$\vdots$
☐	$a = 4.1$ -4 10 $\odot$	$\vdots$
☒	$g: y = \frac{3 - r(4.1)}{12 - 4.1}x + 3 - \frac{3 - r(4.1)}{12 - 4.1} \cdot 12$	$\vdots$
☐	$l1 = \text{Löse}\left(r'(b) = \frac{3 - r(b)}{12 - b}, b\right)$ $= \{\}$	$\vdots$
☐	Eingabe...	

Feedback des Werkzeugs nutzen



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$$

beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Bedienung: Gleichung lösen

GeoGebra Rechner Suite

Grafikrechner

- Grafikrechner
- 3D Rechner
- Geometrie
- CAS
- Wahrscheinlichkeit
- Taschenrechner

☐	$r_0(x) = \frac{1}{16}x^2 e^{-0.25x+1}$
☒	$r(x) = \text{Wenn}(-4 \leq x \leq 10, \frac{1}{16}x^2 e^{-0.25x+1}, (-\infty, -4) \cup (10, \infty))$
☐	$a = 4.1$
☒	$g: y = \frac{3-r(4.1)}{12-4.1}x + 3 - \frac{3-r(4.1)}{12-4.1}12$
☐	$l1 = \text{Löse}\left(r'(b) = \frac{3-r(b)}{12-b}, b\right)$
☐	$= \{\}$
☐	Eingabe...

Feedback des Werkzeugs nutzen



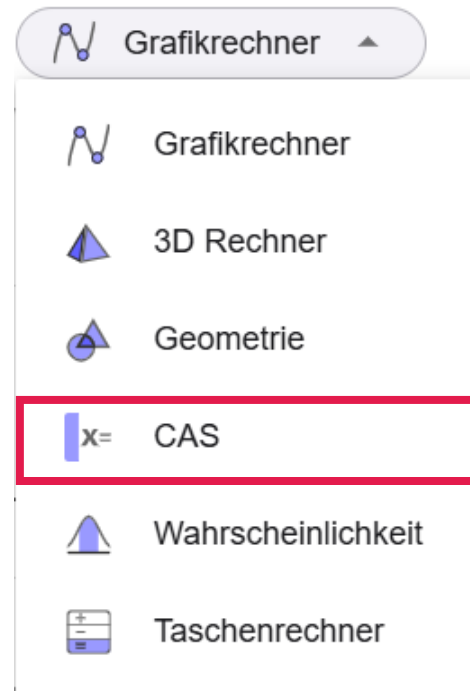
IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a}12\right)$ beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.



Bedienung: Gleichung lösen

Auswahl: GeoGebra CAS-Rechner

Feedback des Werkzeugs nutzen



IQB-Aufgabe 2025

Eine Rutschbahn wird für $-4 \leq x \leq 10$ durch die Funktion r mit $r(x) = \frac{1}{16}x^2 \cdot e^{-0,25x+1}$ modelliert.

Die Sichtlinie einer Kamera, die in $(12|3)$ positioniert ist und auf $(a|r(a))$ zeigt, wird durch die Gerade g mit

$$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot x + \left(3 - \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot 12\right)$$

beschrieben.

Prüfen Sie, ob der rechtsgekrümmte Teil des Graphen von r vollständig von der Kamera einsehbar ist.

Auswahl: GeoGebra CAS-Rechner

Bedienung: Gleichung lösen

Dokumentation?

GeoGebra Rechner Suite x= CAS

$r(x) = \text{Wenn}\left(-4 \leq x \leq 10, \frac{1}{16}x^2 e^{-0.25x+1}\right)$

$= \frac{1}{16}x^2 e^{\frac{-1}{4}x+1}, \quad (-4 \leq x \wedge x \leq 10)$

$a = 0.5$

$-4 \text{ --- } 10$

$g: y = \frac{3-r(a)}{12-a}x + 3 - \frac{3-r(a)}{12-a} \cdot 12$

$= y = \frac{3}{184} \sqrt[8]{e^7} - \frac{1}{736}x \sqrt[8]{e^7} + \frac{6}{23}x - \frac{3}{23}$

NLöse $\left(\frac{3-r(b)}{12-b} = r'(b), b\right)$

$= \{b = 1.238849653129, b = 4\}$



Dokumentation:

Fach- und Werkzeugsprache

- GeoGebra CAS-Rechner auswählen
- Maximale Sichtlinie der Kamera:

$$r'(a) = m_g \Leftrightarrow r'(a) = \frac{3 - r(a)}{12 - a}$$

$$\stackrel{\text{Löse()}}{\Leftrightarrow} a = 1,24 \vee a = 4$$

weiterer Lösungsweg:

„...ob der rechtsgekrümmte Teil...“

→ $r''(a)$ für beide Lösungen berechnen

für $a < 4$ ist $r'(a) > r(4)$

→ nicht einsehbar (Graph)

ggf. Wendepunkte berechnen

GeoGebra Rechner Suite x= CAS ▾

●	$r(x) = \text{Wenn}\left(-4 \leq x \leq 10, \frac{1}{16} x^2 e^{-0.25x+1}\right)$ $= \frac{1}{16} x^2 e^{\frac{-1}{4}x+1}, \quad (-4 \leq x \wedge x \leq 10)$
●	$a = 0.5$ -4 10
●	$g: y = \frac{3 - r(a)}{12 - a} x + 3 - \frac{3 - r(a)}{12 - a} \cdot 12$ $= y = \frac{3}{184} \sqrt[8]{e^7} - \frac{1}{736} x \sqrt[8]{e^7} + \frac{6}{23} x - \frac{3}{23}$
	$\text{NLöse}\left(\frac{3 - r(b)}{12 - b} = r'(b), b\right)$ $= \{b = 1.238849653129, b = 4\}$

5

Dokumentation von Lösungen



begegnet SuS in...

- Äußerungen/Dokumenten der Lehrkraft (Tafelbild)
- Schulbüchern, Lernumgebungen, ...
- Aufgabenstellungen und -bearbeitungen

Ich drücke menu-4-1-4

$$f'(x) := \frac{d}{dx} (f(x))$$

CAS $f(x) := x^2 - 6x + 9$
 $\rightarrow \text{solve}(f(x)=0, x)$
 $x=3$

nach x gelöst!

- 1) menu $\rightarrow$ Lists & Spreadsheet hinzufügen
- 2) Bei A Jahr, bei B Anzahl eingeben
- 3) Werte aus Tabelle übertragen

$f(x) = 3,7 \cdot x^2$
 Idee: Löse $1480 = 3,7 \cdot x^2$
 nach x auf.
 CAS: $\text{solve}(f(x)=1480, x)$
 liefert folgende Ergebnisse:
 $x=20, x=-20$
 Nach 20s ist die Höhe erreicht.
 1.) $x=60, \text{solve}(f(x)=1370, x)$

8 Ein quadratisches Modell finden

a) Zeichne zu der Tabelle ein Streudiagramm. Überzeuge dich davon, dass die Punkte in etwa auf einer Parabel liegen.
 b) Berechne ein quadratisches Modell: Wähle dazu drei beliebige Punkte des Streudiagramms. Berechne mit diesen drei Punkten die Gleichung der Parabel, die durch diese Punkte geht.
 c) Mit dem GTR kann man eine Parabel besonders gut an die Punkte des Streudiagramms anpassen. Vergleiche mit Teil b).

Gib die Tabelle ein.

x	y
-3	30
-2	10
0	-10
1,5	20
2	34
3	65

Zeichne das Streudiagramm und die errechnete Modellparabel.

Berechne ein quadratisches Modell. Wähle dazu die quadratische Regression.

QuadReg
 $y = ax^2 + bx + c$
 $a = 6.00539185$
 $b = 0.02134796$
 $c = -4.947836991$



Kriterien für Dokumentation im Unterricht

- nicht nur den Bildschirm abschreiben
- Lösung muss für andere verständlich sein
- Lösung beschreibt mathematische Vorgehensweise, nicht nur die Bedienung des Werkzeugs

manchmal angemessen, aber eben nicht immer!

Potential: Protokoll

- Erinnerungstütze (Beginn einer Unterrichtsreihe)
- genaue Beschreibung des Vorgehens (für Mitschüler)
- Bedienung wird genau dokumentiert

Grenzen: Prüfung

- nicht nachvollziehbar z. B. für Fremdkorrektor:innen
- keine mathematischen Argumente – Dokumentation Bedienebene

Aber:

Unterschiedliche Funktion der Dokumentation je nach Unterrichtssituation muss berücksichtigt werden.

Allgemein: kurz sachlich präzise vollständig

Absolut notwendig

1. Kommentierter Lösungsansatz

- a) mit Worten erklären, was gesucht ist / was zu zeigen ist
- b) mathematisch korrekt formulieren, was zu zeigen ist (in die Sprache der Mathematik übersetzen)

2. GeoGebra - Rechner

nennen, welcher GeoGebra-Rechner zur Lösung eingesetzt wird: CAS / Grafikrechner / 3D-Rechner...

3. GeoGebra - Befehle

- a) notieren, welche Befehle benutzt werden und was genau in GeoGebra eingegeben wird
- b) aufschreiben, welches Ergebnis GeoGebra mit dem Befehl liefert

4. Ergebnis interpretieren

Das GeoGebra-Ergebnis muss (im Sachzusammenhang) interpretiert werden.

Wenn in einer Aufgabe zweimal dasselbe Vorgehen angewendet wird, muss dieses nur einmal ausführlich dokumentiert werden.



Operatoren bei der Dokumentation

Lösungsweg frei wählbar:

Folgende allgemeine Operatoren ohne weitere Spezifikation lassen den Lösungsweg offen, d.h. ihr könnt das Problem so lösen, wie es am schnellsten/einfachsten für euch ist. Graphisch (numerisch), mit CAS, argumentativ, ohne Hilfsmittel ... alles möglich, wenn folgende Operatoren auftreten:

- Zeigen Sie...
- Weisen Sie nach...
- Bestimmen Sie...
- Ermitteln Sie...
- Untersuchen Sie...
- Begründen Sie...

Ohne Rechner:

Ohne einen Rechner muss eine Aufgabe gelöst werden, wenn folgende (spezifizierte) Operatoren auftreten:

Berechnen Sie ohne CAS....

Berechnen Sie ohne Hilfsmittel...

CAS-Rechner:

Der CAS-Rechner muss eingesetzt, wenn folgende (spezifizierte) Operatoren auftreten:

- Berechnen Sie...
- Bestimmen Sie rechnerisch...
- Zeigen Sie rechnerisch...
- Untersuchen Sie rechnerisch...
- Ermitteln Sie rechnerisch...

Grafikrechner:

Der Grafikrechner muss eingesetzt werden, wenn folgende (spezifizierte) Operatoren auftreten:

- Bestimmen Sie graphisch/numerisch...
- Zeigen Sie graphisch/numerisch ...
- Untersuchen Sie graphisch/numerisch ...
- Ermitteln Sie graphisch/numerisch ...

Wie weiter?





SC Fortbildung

MaTeGnu Online Basisqualifizierung

Kurs Teilnehmer/innen Bewertungen Fragensammlung Download Center

Herzlich Willkommen

Was erwartet Sie in diesem Kurs?

Die Inhalte des Kurses sind **Grundlage für die Arbeit in MaTeGnu**.

Das bedeutet nun nicht, dass Sie alle Inhalte dieses Kurses zum Unterrichtsstart mit Ihrem MaTeGnu-Oberstufenkurs beherrschen müssen. Vielmehr stellt die Basisqualifizierung **Fragen** zusammen, die Ihnen in der Arbeit mit dem Unterrichtskonzept von MaTeGnu begegnen werden und bietet Ihnen **unsere Lösungsideen und Anregungen für Ihr individuelles Vorgehen**.

Das Spektrum reicht von der Frage wie Sie ein Applet oder digitales Arbeitsblatt aus den MaTeGnu-Unterrichtsmaterialien im Unterricht nutzen, über Tipps und Vorschläge zur Einbindung von GeoGebra und Grundvorstellungen in Kursarbeiten, bis hin zu technischen Aspekten in GeoGebra, etwa wie sich ein Applet nach den eigenen Bedarfen anpassen lässt.

GeoGebra Materialien Rechner lerne Einheit beitreten MaTeGnu

Materialien

BUCH Lerne GeoGebra Grafikrechner GeoGebra Team German

BUCH Lerne GeoGebra Geometrie GeoGebra Team German

BUCH Lerne GeoGebra Materialien GeoGebra Team German

BUCH Lerne GeoGebra CAS Rechner GeoGebra Team German

Selbstlernkurse

- MaTeGnu-Basisqualifizierung (Gastzugang)
Kurs mit Selbstlernbausteinen und Unterrichtserprobungen
<https://mategnu.de/basis> (mategnu-gast)
- GeoGebra-Einsteigerkurs des LMZ BW
moodle-basierte Erklärvideosammlung
<https://moodle1.lmz-bw.de/moodle/course/view.php?id=445>

Zu einzelnen Themen

- Hilfe-Center (Startseite ganz unten)
- Lerne GeoGebra (Im Suchfeld „Lerne“ eingeben)
<https://www.geogebra.org/search/lerne>
- Ältere Inhalte:
 - YouTube Tutorials des GeoGebra-Teams
<https://www.youtube.com/user/GeoGebraChannel>
 - GeoGebra-Wiki <https://wiki.geogebra.org/de/>

GeoGebra Prüfungsmodus zum Nachlesen



Hilfe-Center > Lerne GeoGebra

Lerne GeoGebra

Entdecke umfassende App Beschreibungen, vielfältige Materialsammlungen, Schritt-für-Schritt-Anleitungen und FAQs, um deine mathematischen Lern- und Lehrerfahrungen zu verbessern. Tauche ein und nutze das volle Potenzial von GeoGebra, egal ob du Anfänger*in oder fortgeschrittene*r Benutzer*in bist.

Erste Schritte mit GeoGebra

Die Vielfalt von GeoGebra: Ein Überblick
GeoGebra Account erstellen
Vergleich der GeoGebra Mathe Apps
Selbstlernkurs für Einsteiger*innen
GeoGebra in Prüfungen

GeoGebra Apps

Taschenrechner
Rechner Suite
Classic (für Autorinnen und Autoren)
Notizen

GeoGebra Materialien

Einleitung zu GeoGebra Materialien
Finde GeoGebra Materialien
Erstellen von GeoGebra Materialien
Verteile Materialien (an Schüler*innen)

GeoGebra Practice

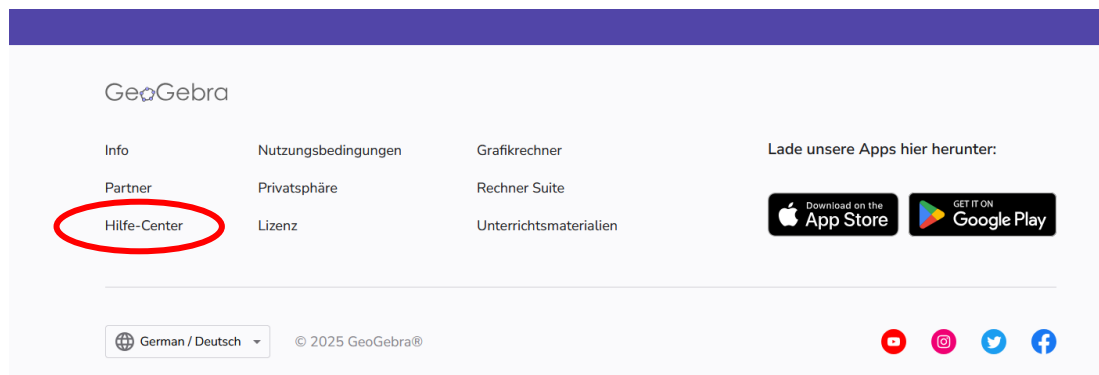
Einführung in GeoGebra Math Practice
Lehrer*in: GeoGebra Math Practice im Unterricht

Sek II Beispiele mit der Rechner Suite

Einleitung

FAQ

GeoGebra Apps
Account



Mehr zum GeoGebra-Prüfungsmodus

- Hilfe-Center
 - Lerne GeoGebra
 - Erste Schritte mit GeoGebra
 - GeoGebra in Prüfungen
- Lerne GeoGebra-Tutorial
<https://www.geogebra.org/m/m97r7cd4>



GeoGebra-Institut Landau (RLP)

- <https://geogebra-rlp.de>
- Mathematik lehren und lernen 2026 (auch 2027)
<https://geogebra-rlp.de/mlulggg-26/>

MaTeGnu-Schule werden

- <https://mategnu.de>
- Bereits 140 teilnehmende Lehrkräfte
- Bewerbung für die 3. Kohorte (Start Schuljahr 2027/28)

MaTeGnu

Mathematik mit **T**echnologie
an **G**rundvorstellungen orientiert
nachhaltig **u**nterrichten



Bitte geben Sie mir eine Rückmeldung zum Workshop!

Gehen Sie auf

www.menti.com

Geben Sie diesen Code ein

2470 8168



Oder verwenden Sie den QR-Code.

Gehen Sie auf [menti.com](https://www.menti.com) 2470 8168

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

Susanne Digel

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

s.digel@rptu.de

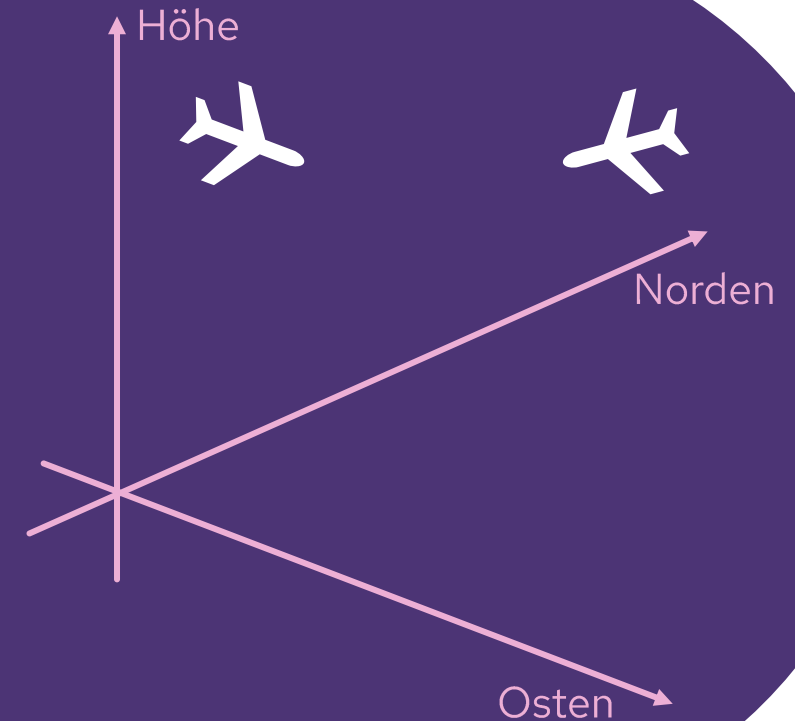
mategnu.de



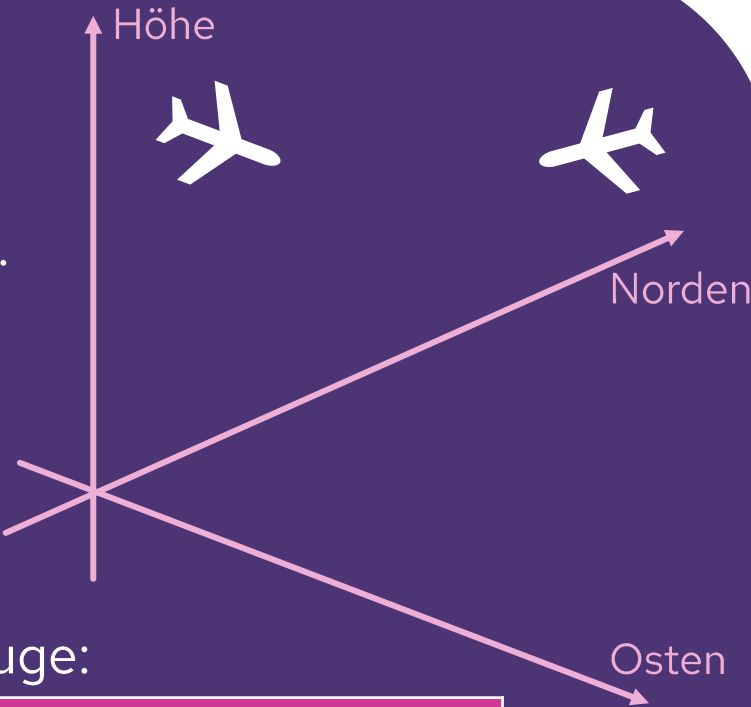
RPTU

Aufgabe 1 – Flugsicherung

„Glück gehabt?!“, denkt sich Herr Falk, der Fotograf dieser beiden Kondensstreifen. Gegen 11:00 Uhr morgens im Abstand von nur wenigen Sekunden, ziehen zwei Flugzeuge am Himmel vorbei. Die Bahnen der zwei Flugzeuge scheinen sich zu kreuzen und wäre die erste Maschine nur etwas später gekommen, dann wäre eine Kollision wohl nicht zu verhindern gewesen.



Aufgabe 1 – Flugsicherung: Neben den Piloten tragen Fluglotsen die Verantwortung für die Flugzeuge. Sie sind während des gesamten Flugs über den Flugweg informiert. Mit Hilfe von Radarantennen, die im ganzen Bundesgebiet verteilt sind, wird die Flugstrecke überwacht. Die Antennen messen in zeitlichen Abständen die Entfernung des Flugzeugs zur Antenne, die Höhe des Flugzeugs und die Richtung als Winkel. Die Daten werden vom Computer in drei Koordinaten – Norden, Osten, Höhe – (jeweils in Meter) übersetzt. Das ermöglicht eine Darstellung auf dem Monitor.



Auf Nachfrage erhält Herr Falk jeweils drei Orte für die beiden Flugzeuge:

Flugzeug \ Zeit	11:10:10	11:10:15	11:10:20
Boing 767-299	(80, 112, 10380)	(1102, 978, 10366)	(2132, 1843, 10370)
Douglas DC 10-30F	(-78, 2302, 10045)	(988, 1103, 10062)	(2054, -96, 10079)

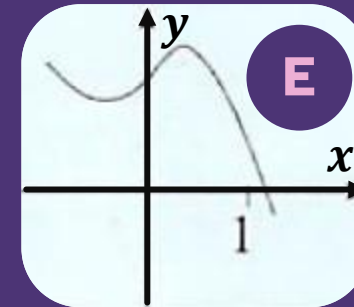
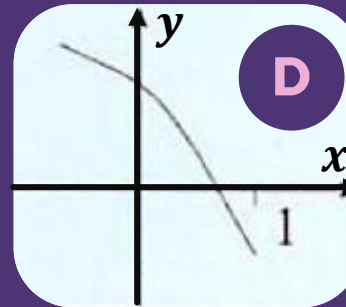
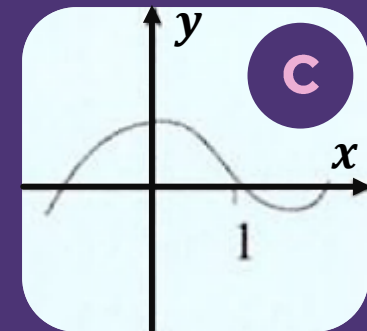
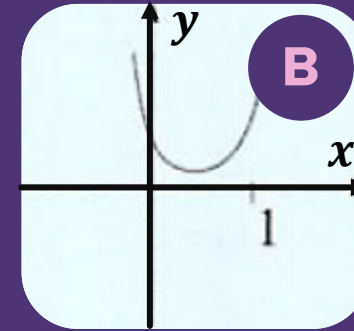
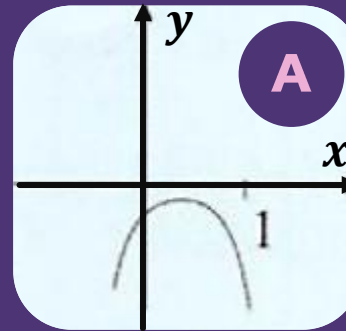
Aufgabe 2 – Graphen analysieren

Lernende sollten einen Funktionsgraph skizzieren, der alle folgenden Eigenschaften erfüllt:

- $f'(0) < 0$,
- $f'(1) < 0$ und
- $f''(x)$ ist immer negativ

Analysieren Sie die nebenstehenden fünf von Lernenden skizzierten Funktionsgraphen **A**, **B**, **C**, **D** und **E**.

Geben Sie an, welche(r) der Graphen die geforderten Eigenschaften aufweist und begründen Sie Ihre Antwort.

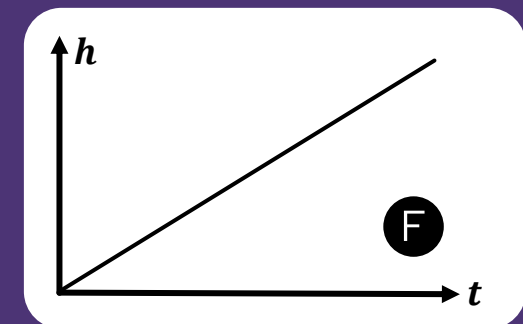
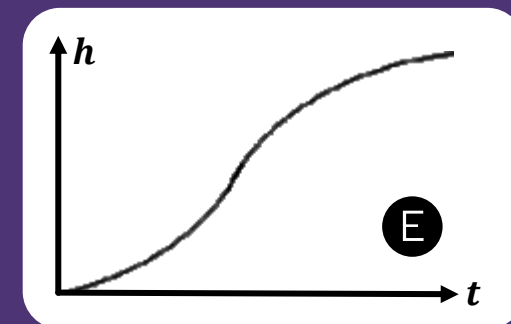
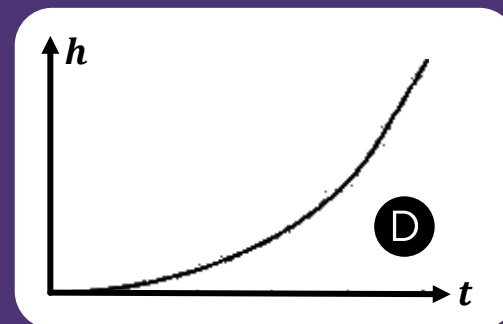
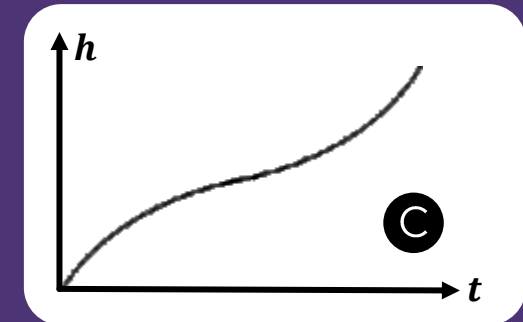
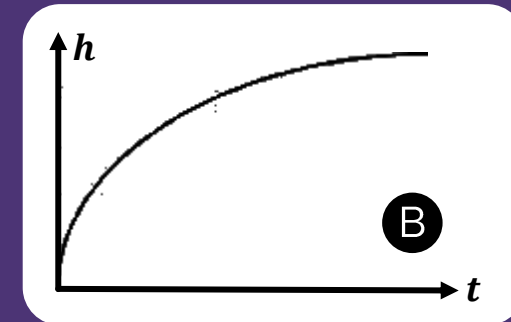
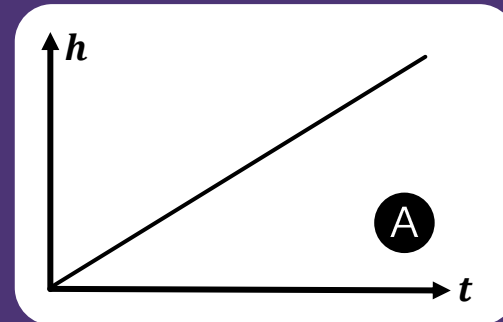
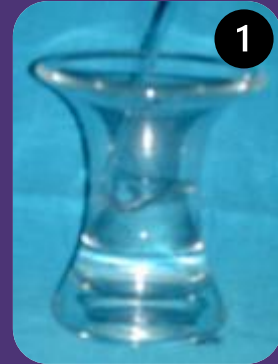


Aufgabe 3 – Gefäße füllen

Verschiedene Gefäße mit den Nummern **1** bis **6** werden gleichmäßig (mit konstanter Zuflussgeschwindigkeit) mit Wasser gefüllt.

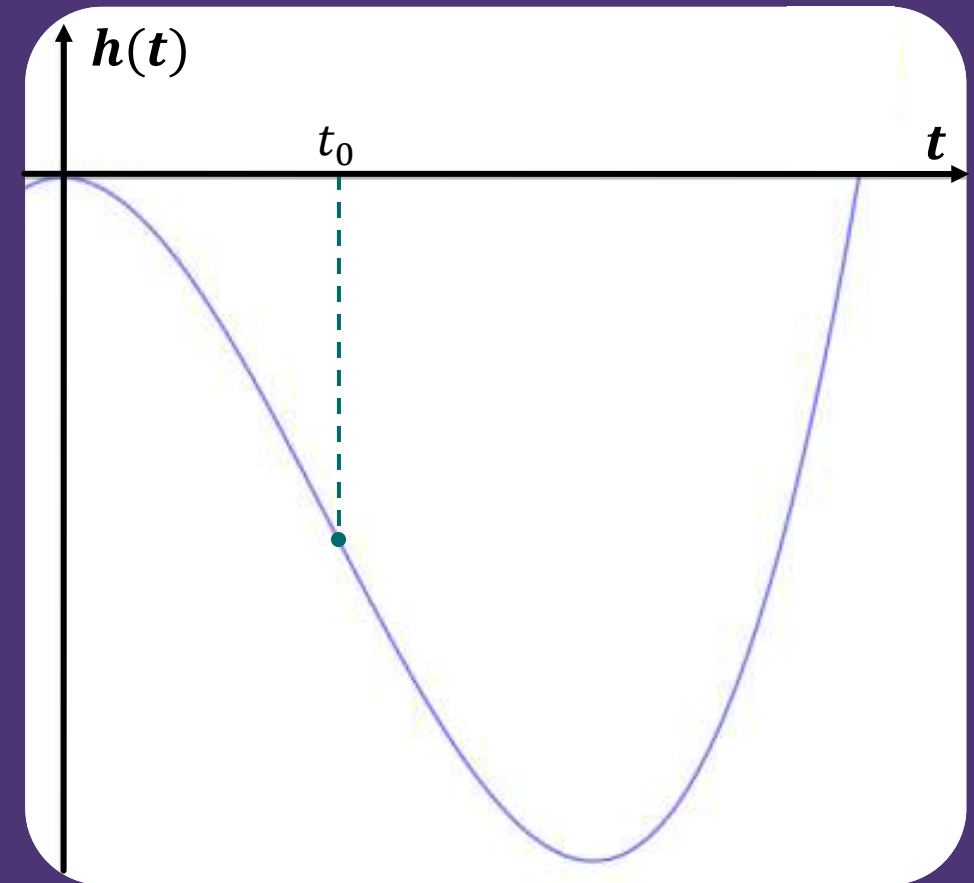
Die Funktionsgraphen **A** bis **F** stellen jeweils den funktionalen Zusammenhang zwischen der Füllhöhe h eines Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit t dar.

Ordnen Sie den Gefäßen jeweils einen passenden Funktionsgraph zu und begründen Sie Ihre Auswahl.



Der Tauchvorgang eines U-Bootes wird durch eine Funktion $h(t)$ beschrieben, deren Graph rechts dargestellt ist. Dabei gibt $h(t)$ die Tauchtiefe unter der Oberfläche in Meter an, t ist die Zeit in Stunden.

- a) Beschreiben Sie die Situation zum eingezeichneten Zeitpunkt t_0 im Sachzusammenhang.
 - b) Erklären Sie mathematisch mithilfe des Graphen, dass das U-Boot zum eingezeichneten Zeitpunkt t am schnellsten sinkt.
- Finden Sie aus Sicht jeder der vier Grundvorstellungen eine Erklärung!

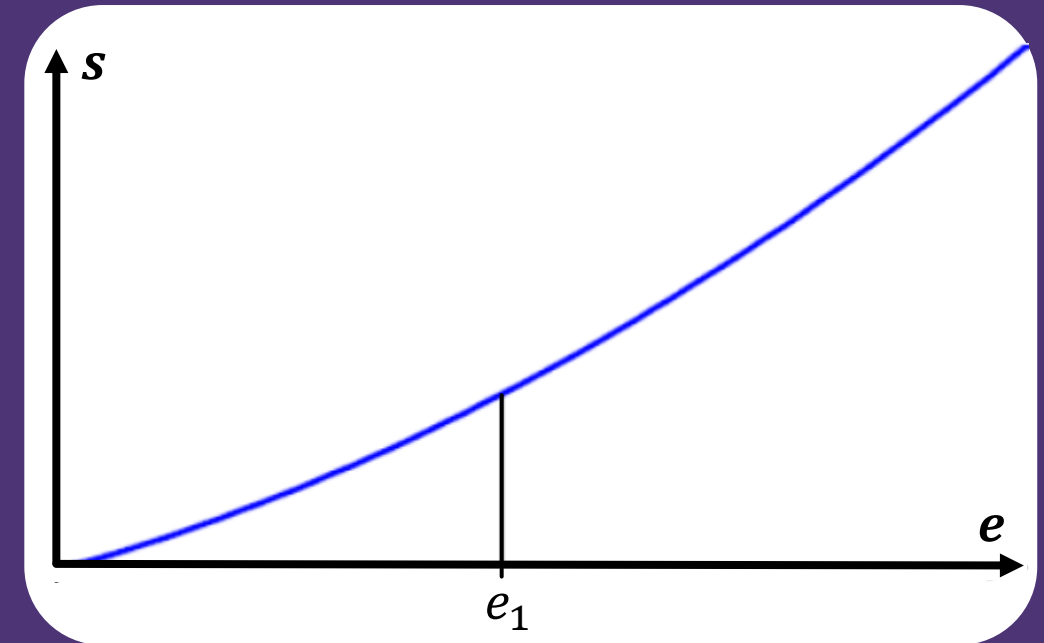




Aufgabe 4.2 – Einkommenssteuer

Es sei $s: e \mapsto s(e)$ die Funktion, die jedem Einkommen e die zugehörige Einkommenssteuer s zuordnet. e_1 ist das Einkommen von Frau Meier (siehe Grafik, alles in Euro).

- a) Interpretieren Sie die Terme $e_1 - s(e_1)$ und $\frac{s(e_1)}{e_1}$.
- b) $s'(e_1)$ wird als Grenzsteuersatz bezeichnet. Erklären Sie diesen Begriff.
- c) Frau Meier erhält eine Gehaltserhöhung um h Euro. Interpretieren Sie den Ausdruck $\frac{s(e_1+h) - s(e_1)}{h}$.
- d) Interpretieren Sie die Ungleichung $\frac{s(e_1+h) - s(e_1)}{h} \geq \frac{s(e_1)}{e_1}$.
- e) In den meisten Steuersystemen gilt für Einkommen über einer bestimmten Einkommensgrenze die Beziehung $s''(e) = 0$. Deuten Sie diese Beziehung im Sachzusammenhang.





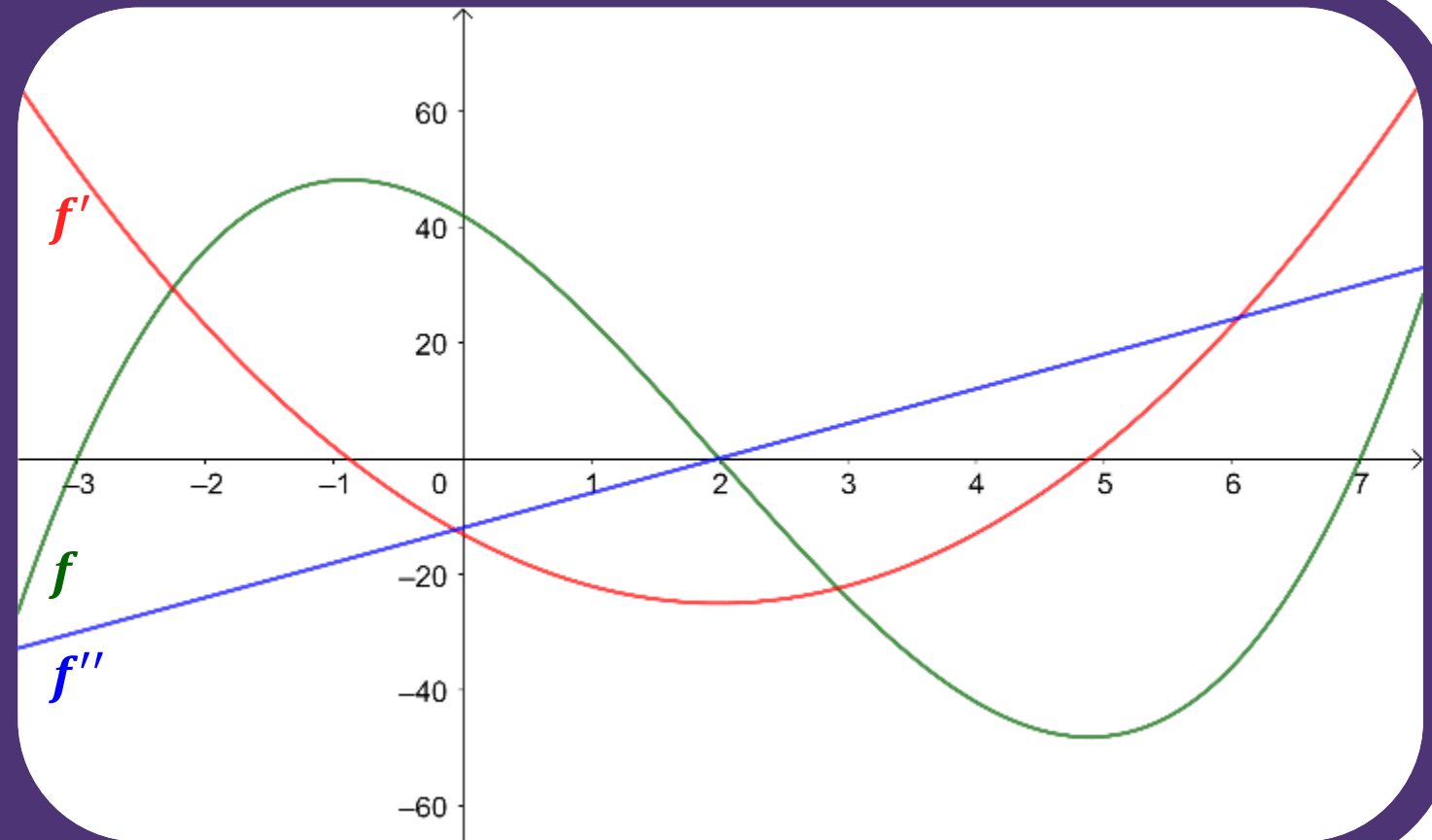
Aufgabe 5

Rechenverfahren erklären

Um eine Maximalstelle zu bestimmen, sind zwei Schritte notwendig:

- (1) Man bestimmt die Nullstelle x_0 der Ableitung und
- (2) überprüft, ob $f''(x_0) < 0$ ist.

Erläutern Sie anhand der Graphen, warum man mit den Schritten (1) und (2) eine Maximalstelle erhält.



Aufgabe 6 – Grippewelle

Der Verlauf der Anzahl der an Grippe erkrankten Menschen während einer Grippewelle wird mit Hilfe der reellen Funktion f beschrieben.

- a) Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' .
- b) Erläutern Sie die Bedeutung der Funktion $f'(t)$ im Sachzusammenhang.
- c) Erklären Sie die Bedeutung des Funktionswerts $f'(t_0)$ zum Zeitpunkt t_0 im Sachzusammenhang.

